

N° d'ordre : 2201

THESE

présentée pour obtenir le titre de

DOCTEUR
DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

ÉCOLE DOCTORALE INFORMATIQUE ET TÉLÉCOMMUNICATIONS
SPÉCIALITÉ INFORMATIQUE DE L'IMAGE ET DU LANGAGE

Par

Clovis TAUBER

**Filtrage anisotrope robuste et segmentation par B-spline snake :
application aux images échographiques**

Soutenue le 21 février 2005 devant le jury composé de:

M.	Falcone	Professeur	Université de Rome	<i>Président</i>
M.	Barlaud	Professeur	Université de Nice-Sophia Antipolis	<i>Rapporteurs</i>
I.	Magnin	Directeur de recherche	INSERM	
M.	Devy	Professeur	LAAS/CNRS Toulouse	<i>Examineurs</i>
H.	Batatia	Maître de Conférence	INP Toulouse	
A.	Ayache	Professeur	INP Toulouse	<i>Directeur de thèse</i>
N.	Berreni	Médecin	Université de Clermont-Ferrand	<i>Invité</i>

Table des matières

Remerciements	9
1 Introduction	11
1.1 Motivation clinique	11
1.2 Contributions	14
1.3 Organisation du document	15
2 Acquisition et caractérisation des images échographiques	17
2.1 L'acquisition des images échographiques	18
2.1.1 L'échographe	18
2.1.2 Formation de l'onde ultrasonore	19
2.1.2.1 Le transducteur	19
2.1.2.2 L'effet Piézoélectrique	19
2.1.2.3 Fonctionnement de l'échographe	20
2.1.3 Formation de l'image	21
2.1.3.1 Caractéristiques du milieu	21
2.1.3.2 La réflexion	21
2.1.3.3 La réfraction	21
2.1.3.4 Réflexion diffuse, dispersion	21
2.1.3.5 L'atténuation du signal	22
2.1.4 Reconstruction de l'image échographique	23
2.1.5 Résolution de l'image échographique	23
2.1.5.1 Résolution axiale	24
2.1.5.2 Résolution angulaire	24
2.1.5.3 Ouverture du capteur	24
2.2 Le speckle dans les images échographiques	25
2.2.1 Origine du speckle	25
2.2.1.1 De la spécificité des images ultrasonores	25
2.2.1.2 Dualité du speckle	25
2.2.1.3 Le modèle des diffuseurs	26
2.2.1.4 Quelques travaux pionniers	26
2.2.2 Modèle de Rayleigh	26
2.2.2.1 Illustration et propriétés du modèle	27

2.2.2.2	Limitations du modèle	28
2.2.3	Modèle de Rice	28
2.2.3.1	Illustration de la distribution et comportements aux limites	29
2.2.3.2	SNR et caractérisation du speckle	30
2.2.4	Modèle de la K-distribution	30
2.2.5	Modèle de la Homodyned K-distribution	31
2.2.6	Modèle de distribution de Nakagami	32
2.2.7	Modèle de distribution Gamma généralisée	33
2.2.8	Discussion	33
2.3	La visualisation des images échographiques	35
2.3.1	Les prétraitements du mode B	35
2.3.2	La compression logarithmique	36
2.3.3	Statistiques du speckle dans les images compressées logarithmiquement	37
2.3.3.1	Cas du speckle entièrement développé	37
2.3.3.2	Cas du speckle partiellement développé	38
2.4	Conclusions	39
3	Coefficient de variation et état de l'art	41
3.1	Le Coefficient de variation	42
3.1.1	Le coefficient de variation global	42
3.1.2	Le coefficient de variation local	43
3.1.3	Comparaison entre coefficient de variation et amplitude du gradient	44
3.1.4	Discussion	46
3.2	Le filtrage du speckle	46
3.2.1	Les filtres adaptatifs classiques	46
3.2.1.1	Le filtre de Lee	46
3.2.1.2	Le filtre de Kuan	47
3.2.1.3	Le filtre de Frost	48
3.2.1.4	Amélioration des filtres adaptatifs classiques	48
3.2.2	L'estimation bayésienne	50
3.2.2.1	Loi de Bayes	50
3.2.2.2	Cas du filtrage du speckle	50
3.2.3	Les filtres homomorphiques	51
3.2.4	Le filtrage du speckle dans les images ultrasons	51
3.2.4.1	Filtres médians	51
3.2.4.2	Déconvolution homomorphique	52
3.2.4.3	Composition d'images	52
3.2.4.4	Diffusion anisotrope	52
3.2.4.5	Transformée en ondelettes	52
3.2.5	Discussion sur le filtrage	53
3.3	La segmentation dans l'imagerie médicale	53
3.3.1	Principe de la segmentation	54
3.3.2	Les méthodes globales	55

3.3.2.1	Les méthodes de classification	55
3.3.2.2	Les méthodes structurales	56
3.3.3	Les méthodes locales	57
3.3.3.1	Les méthodes dérivatives	57
3.3.3.2	La morphologie mathématique	58
3.3.4	Les méthodes variationnelles	59
3.3.4.1	Principe général des contours actifs, modèle de Kass et Witkin	60
3.3.4.2	Les approches basées contours	61
3.3.4.3	Les approches basées régions	63
3.3.4.4	Mise en œuvre des contours actifs	64
3.3.5	Discussion	65
3.4	Conclusion	66
4	Filtrage anisotrope robuste du speckle	67
4.1	Etat de l'art	68
4.1.1	Diffusion anisotrope	68
4.1.1.1	L'analyse multi-échelle	68
4.1.1.2	Le principe de la diffusion	70
4.1.1.3	Diffusion et espace multi-échelle	70
4.1.1.4	La diffusion non linéaire	71
4.1.1.5	Limitations des diffusions non linéaires classiques	75
4.1.2	Coefficient de variation local et diffusion anisotrope	76
4.1.2.1	Premier lien entre diffusion et coefficient de variation	77
4.1.2.2	Analyse de la méthode de Yu	77
4.2	Modélisation	80
4.2.1	Présentation	80
4.2.1.1	Estimation robuste et diffusion anisotrope	80
4.2.1.2	Comparaison des coefficients de diffusion et analyse du comportement aux limites	81
4.2.1.3	Le coefficient de diffusion proposé	83
4.2.1.4	Estimation discrète du coefficient de variation local	84
4.2.1.5	Légitimité de l'utilisation du coefficient de variation	85
4.2.1.6	Estimation automatique du terme d'interception	87
4.2.1.7	Critère d'arrêt de l'algorithme	90
4.2.2	Implémentation	92
4.2.3	Propriétés du modèle	93
4.2.3.1	Respect du <i>maximum-minimum</i>	93
4.2.3.2	Conservation de l'énergie, conditions aux bords	94
4.2.3.3	Conséquence du changement d'échelle	96
4.3	Expérimentation	97
4.3.1	Nature des évaluations quantitatives	97
4.3.2	Temps de calcul des différents filtres	99
4.3.3	Résultats sur des images de synthèse	100

4.3.3.1	Formation des images de synthèse	100
4.3.3.2	Influence de la fonction d'étalement du point (réponse im- pulsionnelle)	101
4.3.3.3	Influence de la fonction densité de probabilité	103
4.3.3.4	Résultats comparatifs sur une image de synthèse	106
4.3.4	Résultats comparatifs sur des images échographiques	111
4.3.4.1	Cas de l'image échographique non cardiaque	111
4.3.4.2	Cas de l'image échocardiaque fœtale	114
4.4	Conclusion	120
5	Utilisation du CVL pour la segmentation par contours actifs	121
5.1	Fondements des splines	122
5.1.1	Les splines	122
5.1.2	Choix de la paramétrisation	124
5.1.3	Les B-splines	124
5.1.3.1	Quelques caractéristiques des B-splines	124
5.1.4	Les courbes splines comme combinaison des B-splines	125
5.1.5	Les B-splines dans le contexte des snakes	125
5.1.5.1	Cas des splines cubiques	126
5.2	Continuité géométrique et énergie interne	126
5.2.1	Pertinence de la paramétrisation uniforme	126
5.2.1.1	Influence de la paramétrisation et de la disposition des points de jonction	127
5.2.1.2	Exemple d'interpolation	128
5.2.2	Pertinence des B-spline snakes et énergie interne	128
5.2.2.1	De l'intérêt de l'utilisation des B-splines uniformes	129
5.2.2.2	Nécessité d'une énergie interne	131
5.2.3	Contrôle dynamique de la rigidité de la courbe	131
5.2.3.1	Nécessité d'un paramètre de rigidité	131
5.2.3.2	Mise à jour dynamique du nombre de nœuds	132
5.3	Energies externes du B-spline snake	132
5.3.1	Carte des contours du coefficient de variation	133
5.3.1.1	Intérêt de la carte	133
5.3.1.2	Légitimité de la carte	133
5.3.1.3	Nécessité du pré-filtrage anisotrope	133
5.3.1.4	Génération de la carte	134
5.3.2	Energie externe de plaquage	134
5.3.3	Energie externe d'expansion	136
5.3.3.1	Le problème	136
5.3.3.2	Objectifs du modèle	137
5.3.3.3	Principe de l'énergie d'expansion	138
5.3.3.4	Dérivation du s-GVF	138
5.3.3.5	Résolution itérative et analogie à la diffusion	139

5.3.3.6	Exemple sur une image échographique	140
5.4	Initialisation quasi-automatique, interpolation et rendu	140
5.4.1	Problème du positionnement initial et centres de divergence	140
5.4.1.1	Instabilité relative au positionnement initial	140
5.4.1.2	Définition des centres de divergence	141
5.4.1.3	Analyse des centres de divergence	142
5.4.1.4	Relation entre centres de divergence et squelette des régions	143
5.4.1.5	Propriétés des centres de divergence	144
5.4.1.6	Algorithme d'initialisation automatique	147
5.4.1.7	Initialisation dans une séquence	147
5.4.2	Interpolation initiale	150
5.4.3	Rendu de la courbe	150
5.4.3.1	Evaluation du pas adaptatif de discrétisation	150
5.4.3.2	Calcul des points de la courbe	151
5.4.4	Mise à jour du vecteur de points de jonction	151
5.4.4.1	Passage des points de contrôle aux points de jonction	152
5.4.4.2	Passage des points de jonction aux points de contrôle	152
5.4.4.3	Exemple de l'influence du nombre de nœuds sur l'interpolation d'un contour	152
5.5	Evolution du snake	152
5.5.1	Dérivées partielles et descente du gradient	153
5.5.1.1	Dérivée partielle de l'énergie externe de plaquage	153
5.5.1.2	Dérivées partielles de l'énergie interne	155
5.5.2	Cas de l'énergie d'expansion et facteur d'inhibition	156
5.5.2.1	Calcul de la distance à un contour	156
5.5.2.2	Calcul du facteur d'inhibition de l'énergie d'expansion	156
5.5.3	Processus global d'évolution	158
5.6	Expérimentations	158
5.6.1	Techniques d'évaluation quantitative	158
5.6.1.1	Index de similarité	158
5.6.1.2	Comparaison des aires	159
5.6.1.3	Mesure de similarité de forme	159
5.6.1.4	Distance de Hausdorff modifiée	160
5.6.2	Caractéristiques des images pour l'expérimentation	161
5.6.2.1	Coupe quatre-cavités	161
5.6.2.2	Image intracavitaire	161
5.6.2.3	Séquence échocardiographique.	161
5.6.3	Résultats sur une échocardiographie d'adulte	162
5.6.4	Résultats sur l'image échographique intracardiaque	164
5.6.5	Résultats sur une séquence d'images	171
5.7	Conclusion	176

6	Conclusion et perspectives	181
6.1	Contributions	181
6.2	Limitations	182
6.3	Perspectives	183
7	Annexes	187
7.1	Utilisation du terme d'interception pour la diffusion anisotrope classique .	187
7.2	Quelques expériences de diffusion	192
7.2.1	Diffusion de Perona d'un carré noir sur fond blanc	192
7.2.2	γ -diffusion d'une image réelle	194
7.3	Détails des calculs des dérivées partielles de l'énergie interne	197
7.4	Glossaire	199
7.4.1	Abréviations	199
7.4.2	Symboles	200

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe Vision par Calculateur André Bruel, du Laboratoire d'Informatique et Mathématiques Appliquées de l'École Nationale Supérieure d'Électrotechnique, d'Électronique, d'Informatique et de Télécommunications de Toulouse, dépendant de l'Institut de Recherche en Informatique de Toulouse.

Je suis sensible à l'honneur que me fait Monsieur Maurizio Falcone en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je remercie vivement Madame Isabelle Magnin et Monsieur Michel Barlaud d'avoir accepté la lourde tâche de rapporteurs et d'avoir consacré un temps précieux à l'examen de ce manuscrit. La qualité et la précision de leurs remarques m'ont permis d'améliorer ce manuscrit.

Je remercie le Docteur Nicolas Berreni et Monsieur Michel Devy pour avoir accepté d'examiner cette thèse et de participer à ce jury.

Je remercie Alain Ayache, directeur de l'établissement et directeur de ma thèse de m'avoir accordé sa confiance en me permettant d'y effectuer ma thèse sur un sujet passionnant, en m'accordant le statut de Moniteur et en me donnant ensuite la fonction d'Attaché Temporaire à l'Enseignement et la Recherche. Je le remercie également de l'humanité avec laquelle il dirige son équipe et l'ENSEEIH.

Durant cette thèse, j'ai été encadré par Hadj Batatia. Sa compétence, sa grande rigueur scientifique et ses conseils judicieux m'ont été très précieux. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je remercie Géraldine morin pour m'avoir fait découvrir le domaine des splines, pour ses conseils et pour sa bonne humeur communicative.

J'exprime particulièrement ma gratitude à Max Buvry pour sa confiance, son aide inestimable dans la préparation de cours magistraux et pour sa générosité.

Je désire aussi remercier Vincent Charvillat pour nos nombreuses discussions, pour avoir accepté d'être mon tuteur pédagogique et pour son énergie entraînante.

Je voudrais remercier Matthijs Douze, puit de sciences multi-OS, pour son aide et les mois de rédactions que nous avons partagé.

Ces quatre années aurait été bien ternes sans la présence de tous les membres de l'équipe VPCAB : je les remercie pour leur gentillesse et leur bonne humeur.

J'aimerais remercier vivement mes amis. Je pense particulièrement à Eric, Alexandre et Baptiste. Mais aussi à Patrick, Claude, Laurent, Marco, Liva, Guillaume et Cyril. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma plus profonde amitié.

Je remercie Emilie, qui a su faire preuve d'une patience que peu pourraient accepter. Merci de son soutien et de son courage durant les huit derniers mois. Je lui dédie ce travail.

Enfin, j'adresse une pensée toute particulière à ma grande famille et notamment ma mère. Cette page serait loin de suffire pour vous exprimer toute ma reconnaissance et mon affection.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Motivation clinique

L'échographie et les autres techniques d'imagerie médicale ont révolutionné la médecine. Elles permettent aux médecins d'accéder à des informations potentiellement vitales en regardant à l'intérieur du corps humain de manière non invasive. Le rôle de l'imagerie médicale va même au-delà de la simple visualisation des structures anatomiques. C'est devenu un outil privilégié pour la préparation et la simulation d'actes chirurgicaux, pour la navigation durant une opération, pour la préparation de radiothérapies ou encore pour suivre l'évolution de maladies.

L'imagerie cardiaque permet une évaluation de la fonction cardiaque en fournissant des informations morphologiques, dynamiques et fonctionnelles. L'échographie est un outil reconnu dans l'aide au diagnostic, le traitement et le suivi des maladies [Magnin *et al.*, 1993]. Dans la population française, les maladies cardio-vasculaires sont la première cause de mortalité ; 11,5% des hospitalisations sont dues à des pathologies cardio-vasculaires. En outre, cet examen est important dès la grossesse ; en effet 0.7 à 0.8% des fœtus présentent des anomalies congénitales du cœur et des gros vaisseaux. Leur identification est importante car :

- elle peut permettre une interruption thérapeutique de grossesse ;
- elle peut être associée à des anomalies chromosomiques ;
- elle peut rendre possible le début d'un traitement in utero (trouble du rythme) ;
- elle permet de prévoir une prise en charge néonatale adaptée.

Le contexte actuel de la recherche sur le traitement des images échographiques porte largement sur l'imagerie tridimensionnelle (3D). Ce type d'imagerie, apparu en 1990, est prometteur et permet déjà de mieux détecter certaines pathologies. Les images 3D sont effectivement intéressantes pour affiner un diagnostic d'anomalies des membres et du visage mais aussi de la colonne et du sexe. Ses indications vont se développer de plus en plus dans les années à venir. Ce type d'imagerie permet aussi de reconstruire des modèles 3D de certains organes, notamment des modèles électromagnétiques du cœur [Magnin, 1999; Sermesant *et al.*, 2003].

Malgré cet engouement, plusieurs constats nous amènent à considérer que le traitement des images bidimensionnelles (2D) garde son intérêt :

- L'échographie 2D est de loin la technique d'imagerie médicale la plus utilisée pour le diagnostic.
- L'analyse des images 3D se fait majoritairement sur des coupes 2D.
- La plupart des experts considèrent que l'imagerie 3D/4D ne supplantera pas le 2D pour le dépistage des malformations d'organes, notamment les plus fréquemment rencontrées telles que celles du cœur et du cerveau. Ils la considèrent plutôt comme un outil supplémentaire pour affiner un diagnostic, au même rang que l'échographie doppler.

Parmi les multiples possibilités d'exploration échographique 2D, certains plans de coupe sont plus discriminants pour le diagnostic de pathologies éventuelles. Vu qu'une exploration complète serait trop longue, seuls les plans de coupes essentiels sont retenus pour réaliser, dans un temps raisonnable, un examen des organes. On appelle « coupes de référence » ces coupes virtuelles. Le médecin y repère les organes avec une perspective optimale pour examiner leurs caractéristiques.

Dans le cas de l'échocardiographie fœtale, l'objectif est d'explorer deux plans : la coupe quatre cavités et l'émergence des gros vaisseaux. Parmi ces coupes de référence, celle des quatre cavités est la plus riche en informations. En effet 50% des malformations y sont identifiables. La figure¹ 1.1 montre trois des coupes de référence du cœur : la coupe longitudinale, une coupe transversale et la coupe des quatre cavités (ou quatre chambres).

La localisation des coupes de référence est difficile. La nature des tissus de l'organisme contraint le praticien à positionner le capteur à des endroits bien précis. Il en résulte des coupes effectives qui ne peuvent pas coïncider parfaitement avec les coupes théoriques. Cela peut entraîner des erreurs sur les mesures ayant une grande dépendance avec l'angle de la coupe. Dans [Merz *et al.*, 1997], on estime que 30% des coupes servant à faire des diagnostics sont biaisées. Les erreurs d'orientation peuvent s'élever jusqu'à 20°. Cette difficulté engendre une grande hétérogénéité dans les compétences des médecins échographistes.

Cette hétérogénéité est à l'origine de l'absence d'échange de données échographiques entre les médecins. Un praticien en présence d'une image faite par un tiers n'a aucun moyen d'évaluer avec précision la justesse de la coupe.

L'échographie fœtale est particulièrement concernée par ce phénomène :

- Un diagnostic erroné peut avoir des conséquences vitales pour le fœtus, émotionnelles pour la famille et juridique pour l'institution ;
- le cœur fœtal reste pour beaucoup d'échographistes un des organes les plus difficiles à explorer.

Ainsi la motivation à l'origine de cette thèse provient du constat simple : Il n'existe pas de méthode de quantification de l'éloignement d'une coupe effective à sa coupe de référence.

Une telle quantification apporterait de nombreux avantages, entre autres :

- échanger des données entre médecins ;

¹Image issue d'un document de Edwin L. Dole. University of Iowa

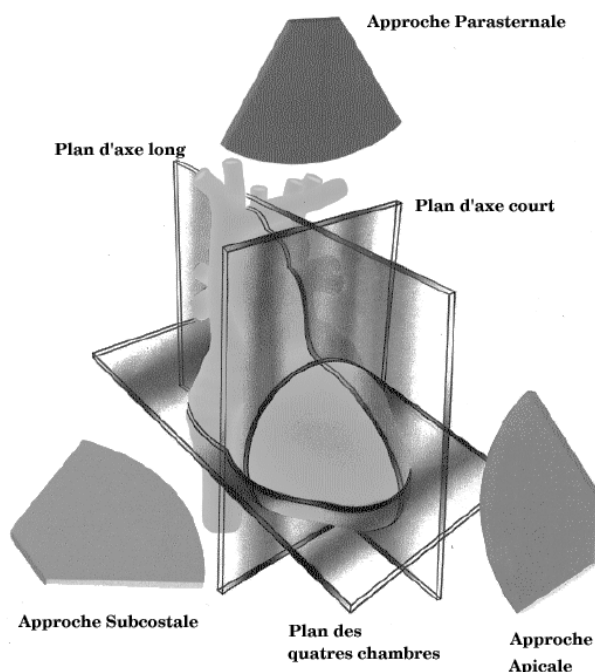


FIG. 1.1 – Trois coupes de référence du coeur.

- interroger un expert à distance lors d'un cas difficile à interpréter ;
- former les médecins plus efficacement ;
- comparer des mesures différées d'un organe ;
- guider le médecin vers la bonne coupe lors de l'examen ;
- établir une mesure de confiance permettant la protection juridique du praticien.

Dans ce contexte la poursuite des travaux pour une détection précise des cavités cardiaques est primordiale. Cette thèse constitue le point de départ d'une étude débutée en 2000 à l'ENSEEIH, visant à établir cette quantification de l'éloignement à la coupe de référence. La première étape de cette démarche consiste à améliorer les techniques actuelles de filtrage des images échographiques, ainsi qu'à concevoir une méthode robuste et automatique de segmentation des cavités cardiaques.

Les images échographiques sont affectées par le speckle. Ce phénomène, dû à l'interférence constructive et destructrice des ondes ultrasonores, est l'agent responsable de leur aspect granuleux. Cet effet rend l'interprétation de l'image plus difficile et réduit l'efficacité de la segmentation, de la classification et d'autres techniques d'extraction de l'information. La diffusion anisotrope est une méthode largement utilisée pour filtrer ces images. Pourtant la majorité des techniques basées sur cette méthode [Perona and Malik, 1990; Alvarez *et al.*, 1993; You *et al.*, 1996; Weickert, 1997; Black *et al.*, 1998; Cremers *et al.*, 2001] n'est pas adaptée à ce phénomène. Nous proposons une utilisation originale du coefficient de variation et une adaptation de la fonction de Tukey pour concevoir un nouveau

coefficient de diffusion. Un estimateur robuste du coefficient de variation global est proposé et comparé à d'autres estimateurs de la littérature. Nous intégrons ce coefficient de diffusion et cet estimateur dans un modèle original de diffusion anisotrope robuste, destiné à la réduction du speckle dans les images échographiques.

La coupe des quatre cavités doit traverser virtuellement le cœur de manière à déterminer la taille et la symétrie des cavités cardiaques. Le développement d'une méthode de segmentation robuste des cavités est donc indispensable en vue de la quantification de l'éloignement à la coupe de référence, ainsi qu'en vue du diagnostic cardiaque. Parmi les techniques utilisées pour la segmentation des cavités cardiaques, les méthodes variationnelles comme les contours actifs [Kass *et al.*, 1988; Caselles *et al.*, 1995; Aubert *et al.*, 2003; Jacob *et al.*, 2004] connaissent un fort succès. Ces méthodes présentent l'avantage d'être très précises, mais elles sont moins robustes au bruit que les approches basées régions [Jehan-Besson *et al.*, 2001]. En outre, elles nécessitent généralement une initialisation précise. L'approche que nous proposons vise à contourner ces limitations. Nous proposons une nouvelle énergie externe basée sur l'amplitude et la direction du gradient du coefficient de variation. Cette énergie permet une précision et une robustesse accrues face au speckle. Une deuxième énergie externe originale, dite d'expansion, est développée. Elle consiste en un champ de vecteurs gradients robuste destiné au traitement des images échographiques. Nous présentons un nouveau modèle de B-spline snake reposant en partie sur ces deux énergies. Une méthode générale et originale d'initialisation automatique est mise au point à partir des centres de divergence du champ de vecteurs gradients.

1.2 Contributions

Le travail de cette thèse a abouti à des contributions portant à la fois sur le filtrage des images échographiques et sur leur segmentation. Nous en citons les éléments majeurs :

- un coefficient de diffusion scalaire anisotrope dans lequel nous combinons d'une manière originale le coefficient de variation local et une adaptation de la fonction de Tukey ;
- un estimateur robuste automatique du coefficient de variation global basé sur la normalisation de Rousseeuw. Notons que cet estimateur est général. Il peut être utilisé pour estimer les paramètres de la diffusion anisotrope classique (cf. annexe A pour la généralisation) ;
- un nouveau modèle de diffusion anisotrope robuste nommée γ -diffusion, adapté aux images affectées par le speckle. Le modèle est fondé sur le nouveau coefficient de diffusion scalaire anisotrope et notre estimateur robuste ;
- un nouveau type d'énergie externe reposant sur l'amplitude et la direction du gradient du coefficient de variation ;
- un champ de vecteurs gradients robuste et adapté aux images échographiques ;
- la conception d'une méthode originale de segmentation robuste des images échographiques fondée sur les B-spline snakes et le coefficient de variation, et utilisant nos nouvelles énergies externes ;

- une notion généralisée des centres de divergence dans un champ de vecteurs gradients ;
- une méthode originale et générale d’initialisation automatique applicable pour tout contour actif paramétrique.

1.3 Organisation du document

Le reste de ce manuscrit se divise en quatre chapitres.

Chapitre 2

Ce chapitre présente les images échographiques². Le principe de leur acquisition et les traitements nécessaires pour leur affichage y sont abordés. Nous introduisons le speckle : son origine est expliquée et ses modélisations statistiques sont étudiées et comparées. L’analyse faite dans ce chapitre a des conséquences sur la modélisation et la validation du filtre que nous développons.

Chapitre 3

Trois parties composent ce chapitre majoritairement bibliographique. Nous commençons par introduire le coefficient de variation, une mesure provenant du domaine des images radar à synthèse d’ouverture. Nous comparons son efficacité pour la détection de contours en présence du speckle à celle du gradient de l’intensité. La deuxième partie constitue l’état de l’art des méthodes de filtrage du speckle. Elle nous permet de justifier notre approche de filtrage. Enfin nous abordons le vaste sujet de la segmentation des images médicales. Ce chapitre nous permet de mettre en évidence les avantages et les limitations des méthodes présentées et de justifier le choix des modèles développés dans le chapitre 5.

Chapitre 4

Dans ce chapitre nous présentons nos travaux et contributions sur le filtrage des images échographiques. Le principe de la diffusion anisotrope est brièvement introduit. Nous présentons le nouveau coefficient de diffusion robuste original reposant sur une adaptation de la fonction de Tukey et sur le coefficient de variation local. Nous évaluons le coefficient de variation global à l’aide du nouvel estimateur robuste, qui est présenté. L’approche originale de la γ -diffusion y est introduite. Nous étudions ses propriétés d’anisotropie et de conservation de l’énergie. Nous validons notre approche en deux étapes d’expérimentation. La première porte sur des simulations d’images échographiques contenant un speckle avec une corrélation spatiale croissante et reposant sur différentes distributions. La deuxième étape est comparative ; nous étudions le comportement de notre méthode ainsi que onze autres filtres sur une image de synthèse puis sur des images échographiques réelles. Les résultats mettent en évidence l’efficacité de notre méthode.

²Les images sur lesquelles j’ai travaillé nous ont été procurées par la *Clinique de Notre Dame* de Perpignan et par l’*Università di Bologna* en Italie.

Chapitre 5

Ce chapitre est consacré à nos travaux et contributions sur la segmentation des cavités cardiaques dans les images échographiques. Il commence par une courte introduction aux B-spline snakes. Nous présentons ensuite successivement l'énergie interne et les deux énergies externes que nous proposons. L'énergie interne, associée à une paramétrisation uniforme permet, en forçant un écartement régulier entre les nœuds, de conserver la continuité géométrique du snake. Une nouvelle énergie externe originale basée sur le gradient du coefficient de variation local est présentée. Puis une seconde énergie externe, dite d'expansion, est introduite. Cette dernière repose sur un nouveau champ de vecteurs gradients, plus robuste au speckle. Enfin nous généralisons la notion de centre de divergence pour proposer la méthode générale d'initialisation de contours actifs paramétriques. Des résultats comparés aux tracés manuels d'experts et aux résultats de deux autres contours actifs sont présentés et prouvent le bien-fondé de nos propositions.

Enfin des conclusions sont tirées et des perspectives esquissées.

Chapitre 2

Acquisition et caractérisation des images échographiques

Résumé

Ce chapitre analyse les images échographiques. La formation de ces images est décrite. Nous présentons les modèles de speckle et nous les comparons selon les types de milieux qu'ils permettent de représenter. Nous décrivons la compression logarithmique et ses conséquences. Nous tirons des conclusions concernant les traitements à mettre en œuvre.

Introduction

Avant de développer nos solutions au problème posé dans cette thèse, une première étape nécessaire est l'analyse des données manipulées. Dans ce chapitre nous nous penchons sur ces données et leur acquisition (Sec. 2.1). A partir des principes de l'acquisition, nous déduisons des caractéristiques importantes des images à prendre en considération dans les traitements. Nous nous intéressons particulièrement au bruit de type « speckle » qui les affecte (Sec. 2.2). Plusieurs modèles de ce phénomène sont présentés. Le traitement nécessaire à l'affichage de ces images et ses conséquences sont décrits (Sec. 2.3). Des conclusions importantes pour la suite de la thèse sont tirées de cette analyse.

2.1 L'acquisition des images échographiques

L'utilisation en médecine des **ultrasons**, jusque là réservée au domaine militaire, a commencé dans les années 1950. En 1952, le britannique J.J. Wild et l'américain J.M. Reid présentent les premières images de sections 2D d'un sein obtenues à l'aide d'ultrasons. Ils proposent également le terme d'**échographie**, ou "échométrie", pour désigner cette technique d'investigation [Wild, 1950]. Ils sont suivis par Leskell qui est le premier à observer des traumatismes crâniens avec des ultrasons. Il appelle ce procédé l'echo-encéphalographie. En 1958, l'anglais Ian Donald réalise la première échographie de l'utérus. L'utilisation médicale de l'échographie s'est généralisée à partir de 1970.

2.1.1 L'échographe

L'imagerie échographique est fondée sur la découverte qu'un son émis dans une structure est en partie absorbé par les éléments qui la composent et en partie réfléchi en direction de la sonde qui l'a envoyé. Lorsque des sons sont émis par un corps animé d'un mouvement vibratoire, ils se propagent sous forme d'ondes mécaniques susceptibles de subir des réflexions, des réfractions et des interférences. L'analyse de ce phénomène et son interprétation renseignent sur la structure étudiée.

Au niveau moléculaire, le milieu traversé subit des phénomènes de compression et de relaxation successifs. Ces modifications se transmettent par voisinage. Deux caractéristiques d'une onde sonore en déplacement dans un milieu donné sont sa fréquence f et sa longueur d'onde λ . Elles permettent de déterminer la vitesse c de propagation des sons dans le milieu : $c = \lambda f$.

La vitesse de propagation des sons dépend essentiellement de la compressibilité ou dureté du milieu. La vitesse de propagation moyenne des sons dans les tissus mous (1540 m/s) est utilisée par l'échographe pour déterminer la distance de l'écho à partir du *temps de vol*. La table 2.1 présente différentes vitesses de propagation de l'onde selon les milieux traversés.

Les sons dont la fréquence est supérieure à 20 000 Hz sont appelés ultrasons ; ils sont inaudibles pour l'oreille humaine. Pour les échographies, on utilise des ultrasons dont la

Milieu	Vitesse de propagation
Air	330 m/s
Graisse	1450 m/s
Eau	1480 m/s
Tissus mous	1540 m/s
Sang	1570 m/s
Os	4080 m/s

TAB. 2.1 – Vitesses de propagation des ondes ultrasonores dans différents milieux.

fréquence varie généralement entre 2 et 40 MHz.

2.1.2 Formation de l'onde ultrasonore

2.1.2.1 Le transducteur

Un **transducteur** est un élément qui transforme une énergie d'une forme à une autre. Pour les **sondes échographiques**, l'énergie électrique est convertie en ultrasons et vice versa. Le transfert d'énergie repose sur l'effet piézoélectrique.

2.1.2.2 L'effet Piézoélectrique

L'**effet piézoélectrique** a été découvert en 1880 par Pierre et Jacques Curie. Son principe est que certains matériaux, comme les cristaux de quartz, ont les propriétés de :

- se charger lorsqu'ils sont comprimés ;
- se déformer (comprimer) lorsqu'ils sont chargés.

La figure 2.1 illustre ce principe. Les transducteurs contenus dans les sondes échographiques sont généralement des céramiques de Plomb Zirconate de Titane (PZT).

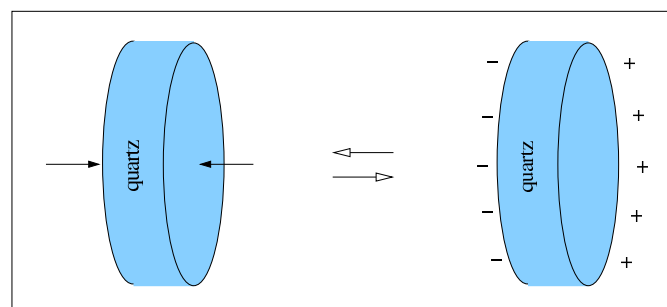


FIG. 2.1 – Effet Piézoélectrique : une compression du quartz le charge et une charge du quartz le comprime.

En appliquant un courant alternatif sur un cristal piézoélectrique, le cristal se comprime et se dilate alternativement et émet donc un son. Dans une sonde échographique,

l'excitation du cristal piézoélectrique est réalisée par une impulsion électrique, à la manière d'une cloche que l'on frappe. Le cristal entre alors en résonance et émet des ultrasons dont la fréquence dépend de l'épaisseur du cristal. La fréquence est d'autant plus élevée que le cristal est mince.

2.1.2.3 Fonctionnement de l'échographe

Le même cristal piézoélectrique est utilisé pour émettre des ultrasons à partir d'une impulsion électrique et pour transformer en courant électrique les ultrasons qui reviennent vers la sonde après avoir été réfléchis (Fig. 2.2). La sonde n'émet donc pas des ultrasons en continu, mais en salves. Lorsqu'elle n'émet pas, elle est à l'écoute pour capter les ultrasons renvoyés.

La durée des salves est très courte, de l'ordre de quelques microsecondes, et correspond à l'émission de trois à quatre cycles en moyenne. La durée de la salve est un élément très important car elle détermine en grande partie la résolution de l'image échographique. Plus elle est courte, meilleure est l'image. La durée de la salve dépend de la fréquence des ultrasons (donc du cristal) et du matériel d'amortissement placé derrière le cristal.

La durée de la période d'attente, correspondant au *temps de vol* de l'onde, est plus longue, de l'ordre de la milliseconde. La fréquence de répétition du cycle est donc de l'ordre du kHz, ce qui permet une imagerie en temps réel.

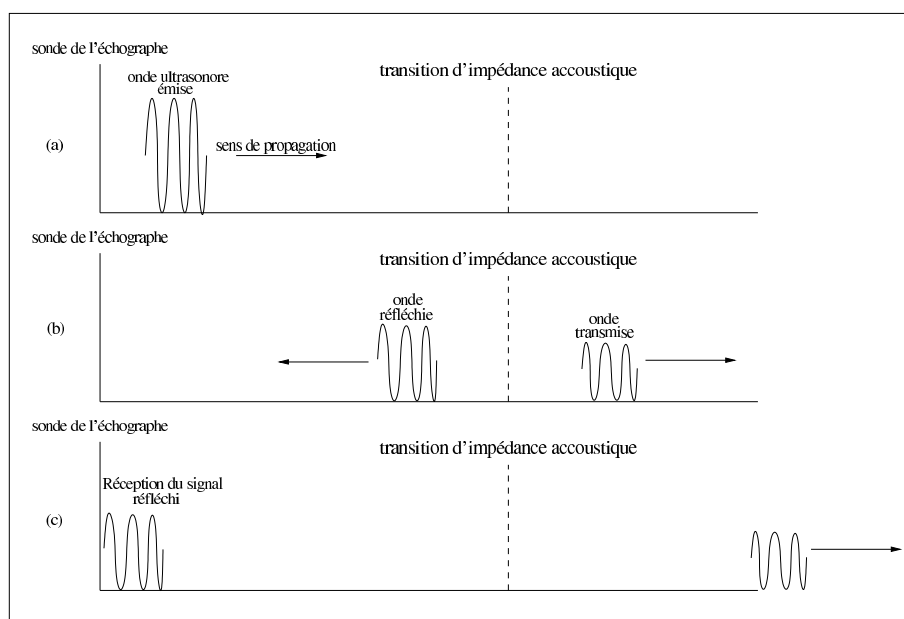


FIG. 2.2 – Propagation d'une onde ultrasonore : (a) Envoi d'une impulsion électrique dans le transducteur qui crée une onde ultrasonore. (b) Rencontre d'une transition d'impédance acoustique. (c) Réception du signal réfléchi, que le transducteur transforme en impulsion électrique.

2.1.3 Formation de l'image

2.1.3.1 Caractéristiques du milieu

Les paramètres déterminants dans la propagation des sons dans les différents milieux sont la densité ou masse volumique (d) et la vitesse de propagation des sons (c). L'**impédance acoustique** est définie par le produit de ces deux caractéristiques du milieu : $Z = dc$. L'impédance acoustique dépend essentiellement de la dureté des milieux.

Une **transition d'impédance** apparaît à l'interface de deux milieux d'impédances acoustiques différentes. Dans l'organisme, les grandes différences d'impédance acoustique se rencontrent entre les tissus mous et l'air et entre les tissus mous et les tissus durs (os, calculs, corps étrangers).

2.1.3.2 La réflexion

Un écho est un son réfléchi et réceptionné après un temps de latence, correspondant à son temps de déplacement dans le milieu concerné. Lorsqu'un faisceau d'ultrasons arrive sur une interface orthogonale à sa direction incidente, une partie est réfléchie dans le sens opposé et l'autre partie traverse l'interface et continue sa propagation sans changer de direction. De telles interfaces, très réfléchissantes (très échogènes) se retrouvent lorsque les tissus mous organiques sont en contact avec de l'air (poumon, tube digestif) ou des structures minéralisées (os, calculs).

La proportion d'ultrasons réfléchis (le coefficient de transmission), est directement proportionnelle à la différence d'impédance acoustique entre les deux milieux.

2.1.3.3 La réfraction

Lorsque le faisceau ultrasonore rencontre une transition d'impédance avec un angle oblique, une partie du faisceau est réfléchie avec un angle de réflexion égal à l'angle incident, à la manière d'un miroir. La partie transmise est déviée avec un angle qui dépend de la vitesse de propagation dans les deux milieux concernés : il s'agit du phénomène de **réfraction** (Fig. 2.3).

En échographie l'interaction d'un faisceau ultrasonore avec une surface oblique lisse entraîne sa disparition : aucun son ne revient directement sur la sonde après la réflexion oblique. L'influence de l'angle des ultrasons sur l'aspect échographique des structures organiques observées est plus ou moins marquée. Les tendons et les ligaments sont des exemples de structures dites anisotropes dont l'aspect échographique est fortement influencé par la direction du faisceau d'ultrasons.

2.1.3.4 Réflexion diffuse, dispersion

La plupart des images échographiques sont formées par :

- des échos de réflexion diffuse sur une surface irrégulière ;
- des échos de dispersion dans un milieu hétérogène.

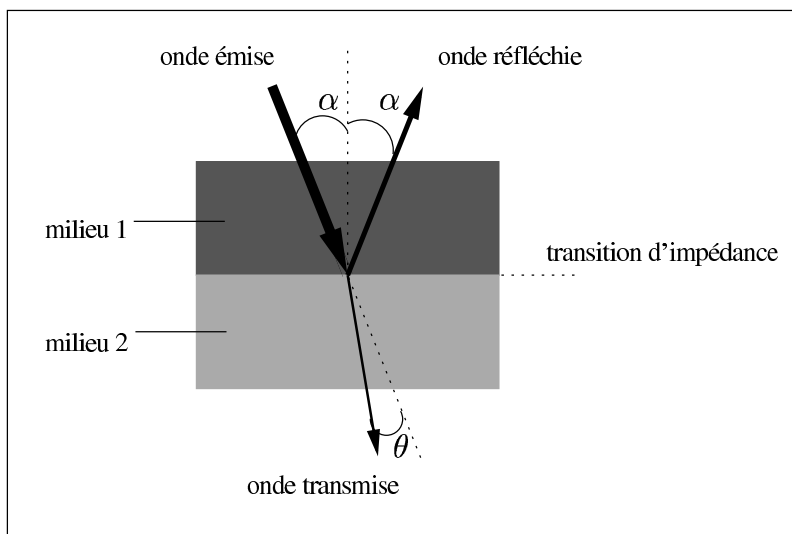


FIG. 2.3 – Réfraction de l'onde ultrasonore sur une interface séparant deux milieux.

L'échogénicité d'organes comme la rate et les reins, par exemple, est essentiellement formée par des échos de dispersion, dont l'intensité dépend de l'homogénéité tissulaire.

2.1.3.5 L'atténuation du signal

L'intensité d'un son diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la source ou qu'on place des interfaces entre l'émetteur et le récepteur de son. Le faisceau ultrasonore utilisé en échographie diminue d'intensité avec la profondeur d'exploration. Cette atténuation est due aux multiples interactions vues précédemment (réflexion, dispersion, réfraction) qui diminuent l'intensité du faisceau lorsque celui-ci pénètre dans les tissus. L'atténuation des ultrasons dépend des milieux traversés mais aussi des caractéristiques de l'onde ultrasonore, en particulier de la fréquence des ultrasons. Plus la fréquence des ultrasons augmente, plus l'atténuation est importante. La fréquence des ultrasons a donc une influence déterminante sur les possibilités d'exploration (Tab. 2.2).

Fréquence de la sonde	Profondeur d'exploration maximale
2,5 - 3,5 MHz	>15cm
5 MHz	10 cm
7,5 MHz	5-6 cm
10 MHz	2-3 cm

TAB. 2.2 – Profondeur de l'exploration possible en fonction des fréquences émises par la sonde échographique.

2.1.4 Reconstruction de l'image échographique

L'image ultrasonore est constituée à partir des informations recueillies par la sonde et transmises à l'appareil. Il existe trois modes de représentation de l'image échographique :

Le mode A C'est le mode de représentation de l'image le plus primitif. Il consiste à afficher l'amplitude du signal recueilli par la sonde en fonction de la profondeur. Un seul faisceau ultrasonore de direction constante est utilisé. Ce mode autrefois utilisé en neurologie pédiatrique et en ophtalmologie est tombé en désuétude. Il est exposé ici uniquement pour permettre de mieux comprendre les modes B et TM.

Le mode B C'est le mode de représentation le plus commun. A un instant donné, l'amplitude du signal échographique comprise entre le niveau le plus bas (bruit électrique) et le niveau le plus haut (tension de saturation des amplificateurs) est représentée par le niveau de gris. Une fois le signal échographique obtenu, plusieurs opérations sont nécessaires pour le visualiser : compenser l'atténuation des ultrasons en fonction de la profondeur traversée, faire ressortir les faibles échos par rapport aux forts et ajuster la dynamique du signal pour l'affichage. Nous discutons de ces traitements dans la section 2.3. L'image que l'on obtient peut être considérée comme une représentation des organes. Pour obtenir l'image en deux dimensions on utilise :

- soit une sonde linéaire dont les faisceaux ultrasonores sont parallèles les uns aux autres
- soit une sonde sectorielle dont le même faisceau ultrasonore est orienté dans des directions différentes.

Le mode M ou TM Le mode M est une technique monodimensionnelle continue qui utilise un faisceau étroit d'ultrasons. Il est utilisé pour visualiser de petites portions des organes ; il ne détecte que les mouvements axiaux des structures. Le mode M est couramment utilisé pour effectuer des mesures sur les cavités cardiaques, l'épaisseur des parois, leur mouvement, la dimension des artères et le mouvement des valves.

Ce traitement du signal repose sur plusieurs hypothèses :

- la direction du faisceau ultrasonore est unique ;
- une seule réflexion a eu lieu ;
- la distance entre la sonde et l'endroit où s'est produit la réflexion (l'écho) est calculée à partir du *temps de vol*, en utilisant la vitesse de propagation moyenne des ultrasons dans les tissus mous (1540 m/s).

Lorsqu'une ou plusieurs de ces hypothèses sont fausses, des échos parasites apparaissent sur l'image.

2.1.5 Résolution de l'image échographique

On peut définir en échographie mode B deux types de résolution : la résolution axiale et la résolution angulaire (Fig. 2.4).

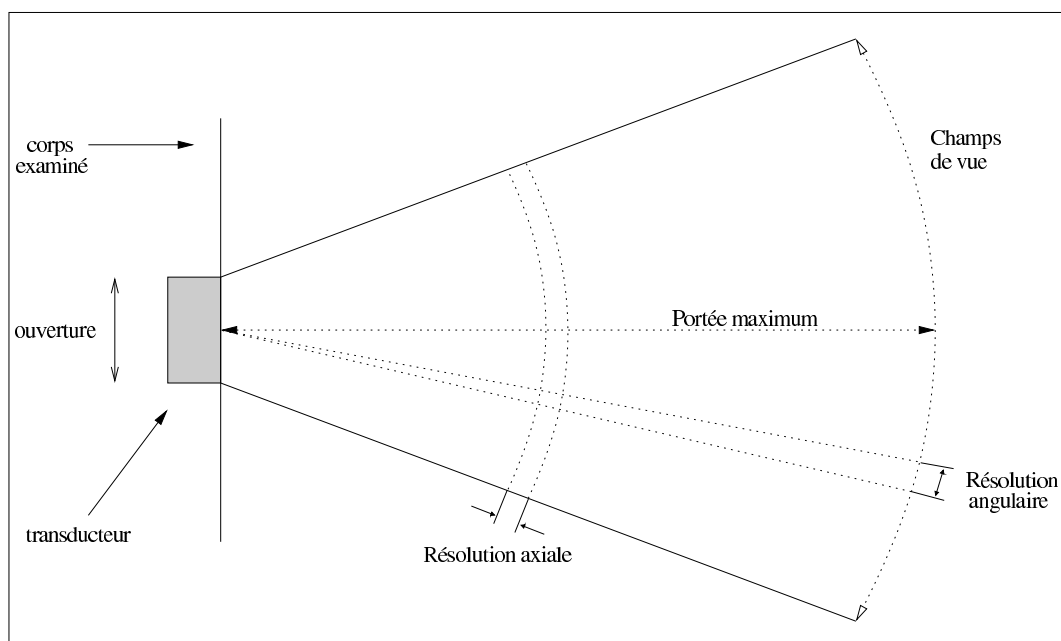


FIG. 2.4 – Caractéristiques techniques d'un échographe.

2.1.5.1 Résolution axiale

La résolution axiale de l'image bidimensionnelle dépend essentiellement de la fréquence des ultrasons. Plus la fréquence est élevée, plus la longueur d'onde est petite et plus la résolution axiale est bonne. Notons encore que la fréquence de la sonde a une influence sur l'atténuation des ultrasons et donc sur la profondeur d'exploration. Plus la sonde est de basse fréquence (3,5 - 5 MHz), plus la profondeur d'exploration est importante, mais moins bonne est la qualité de l'image.

2.1.5.2 Résolution angulaire

La résolution angulaire dans le plan de coupe concerne l'aptitude à différencier les détails placés dans le plan de coupe perpendiculairement à l'axe de propagation des ultrasons. Elle est moins fine que la précédente et est liée :

- au diamètre du faisceau lui-même dépendant de l'ouverture à l'émission, de la focalisation et de la profondeur ;
- à la densité des lignes ultrasonores qui est de l'ordre de 250, limitée par la profondeur d'exploration et le taux de renouvellement de l'image.

2.1.5.3 Ouverture du capteur

L'ouverture du capteur influence la largeur du faisceau, sa divergence et la distance du plan focal. Suivant la profondeur du champ à observer on agrandit ou on diminue

l'ouverture du capteur. Certains échographes modernes font varier l'ouverture de manière continue pour obtenir une résolution indépendante de la profondeur.

2.2 Le speckle dans les images échographiques

Dans cette section nous nous intéressons à l'origine et à la modélisation statistique du speckle. Dans un premier temps nous expliquons ce qu'est le speckle et nous revenons sur les premiers travaux qui lui ont été consacrés. Nous abordons ensuite le problème de la modélisation statistique du speckle. Nous présentons et comparons les différents modèles de la littérature, accompagnés de leurs hypothèses sur la densité et la disposition spatiale des rétrodiffuseurs.

2.2.1 Origine du speckle

2.2.1.1 De la spécificité des images ultrasonores

Les images échographiques ont des propriétés peu familières aux habitués des images optiques. Pour interpréter les images échographiques, il faut comprendre leur formation mais aussi les bruits qui les affectent. Notamment il est important de connaître les propriétés du **speckle**¹.

Ce phénomène affecte l'évaluation du contenu de l'image. Les intensités des pixels d'une région dont la réflectivité réelle est homogène sont dispersées et ce phénomène augmente avec l'intensité moyenne de la région.

2.2.1.2 Dualité du speckle

Le speckle est présent dans les images radar, les images acquises par laser, par sonar et par ultrasons. Bien qu'il soit souvent considéré comme un bruit multiplicatif, ce n'est pas à proprement parler un bruit, c'est une réelle mesure caractéristique du milieu. Le speckle contient des informations sur le tissu observé. Il est cependant communément traité comme un bruit.

Les signaux perçus par le transducteur ultrasonore sont une combinaison d'échos :

- les **échos spéculaires**, qui proviennent des transitions d'impédance acoustique (Sec. 2.1.3.2) ;
- les **ondes rétrodiffusées** proviennent de diffuseurs distribués aléatoirement dans le milieu. Ils sont à l'origine du **speckle**.

Ces échos sont classiquement représentés soit par leur fréquence f soit par leur amplitude (l'enveloppe du signal de fréquence f). L'amplitude du signal est couramment utilisée dans les systèmes d'imagerie ultrasonore clinique pour la visualisation des images en mode B.

¹En français le speckle est appelé chatoiement. Dans la suite de ce document nous utilisons exclusivement le terme speckle.

2.2.1.3 Le modèle des diffuseurs

Le modèle largement utilisé est celui des diffuseurs discrets. Il stipule que les tissus biologiques sont constitués d'un milieu homogène dans lequel sont distribués des diffuseurs discrets et identiques [Boukerroui, 2000]. Le comportement statistique de l'image enveloppe varie suivant leur disposition, aléatoire ou uniforme, et leur densité dans la cellule de résolution.

2.2.1.4 Quelques travaux pionniers

Les propriétés statistiques de la fréquence et de l'enveloppe dans les images ultrasonores médicales ont été d'abord étudiées par Burckhardt [Burckhardt, 1978], puis de nombreux travaux ont suivis [Jakeman and Pusey, 1980; Bamber and Daft, 1986; Tuthill *et al.*, 1988; Bamber and Phelps, 1991; Shankar *et al.*, 1993; Dutt and Greenleaf, 1994; Dutt and Greenleaf, 1995b].

Dutt a analysé les statistiques du premier ordre des signaux de l'amplitude des échos avec plusieurs modèles de distribution [Dutt and Greenleaf, 1996]. Les moments d'ordres supérieurs comme le kurtosis de la fréquence ont été utilisés pour caractériser les tissus [Wagner *et al.*, 1983]. Enfin les propriétés spectrales (du second ordre) de la fréquence et de l'amplitude ont été utilisées pour la caractérisation du média [Jakeman and Tough, 1987; Bamber and Phelps, 1991; Shankar *et al.*, 1993; Kaplan and MA, 1993; Kaplan and MA, 1994].

2.2.2 Modèle de Rayleigh

Ce modèle est introduit dans une étude du speckle des images acquises par laser [Goodman, 1984]. Il suppose un grand nombre de diffuseurs et un faible espace entre deux diffuseurs (par rapport à la longueur d'onde du signal). Sous ces conditions le speckle est dit *entièrement développé*.

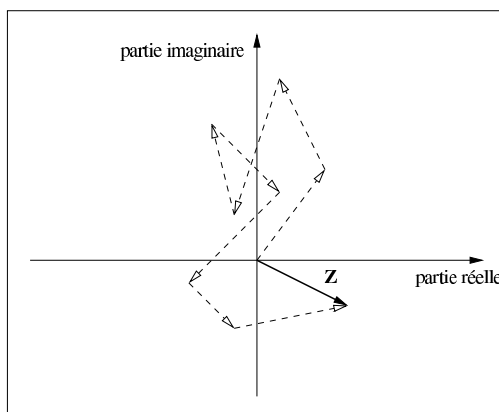


FIG. 2.5 – Marche aléatoire dans le plan complexe.

Le signal rétrodiffusé peut être modélisé comme la somme des signaux rétrodiffusés par des diffuseurs aléatoirement localisés dans le milieu [Dutt and Greenleaf, 1995c]. Le signal résulte donc d'une somme vectorielle complexe de composantes aléatoires ; on parle de marche aléatoire (Fig. 2.5).

Posons la réponse de chaque diffuseur comme un vecteur complexe d'amplitude r_i et de phase θ_i . La réponse totale Z du milieu exploré par l'onde ultrasonore s'écrit :

$$Z = X \cdot e^{j\phi} = \frac{1}{\sqrt{N_d}} \sum_1^{N_d} r_i \cdot e^{j\theta_i} = Z_r + jZ_i. \quad (2.1)$$

où X est le signal enveloppe et N_d le nombre de diffuseurs dans une cellule de résolution. Si l'on suppose que les θ_i suivent une loi de probabilité uniforme, définie dans $[-\pi, \pi[$, et que les r_i sont indépendants, alors les parties réelle Z_r et imaginaire Z_i de Z sont deux variables aléatoires décorréées de moyenne nulle et de variance σ^2 .

Puisqu'on suppose une grande densité de diffuseurs, il est possible d'utiliser le théorème central limite : les distributions de Z_i et Z_r suivent une loi Normale $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Le signal enveloppe X , module de Z , a donc une fonction densité de probabilité (FDP) de Rayleigh :

$$p_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x \geq 0. \quad (2.2)$$

2.2.2.1 Illustration et propriétés du modèle

La figure 2.6 représente la FDP de Rayleigh.

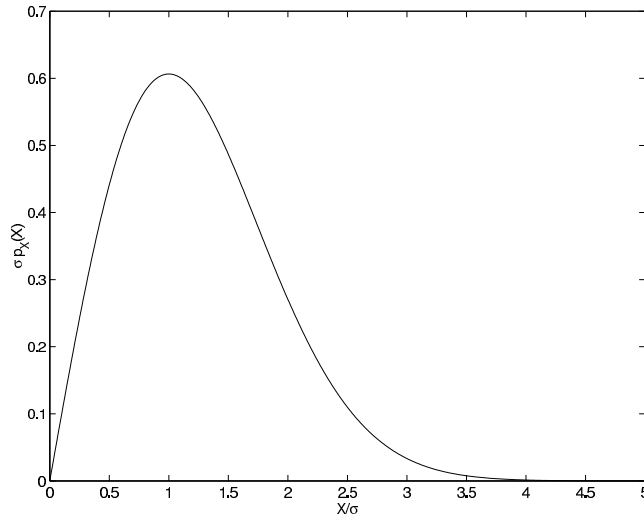


FIG. 2.6 – Fonction de densité de probabilité de Rayleigh.

Sous les conditions de la distribution de Rayleigh, la variance σ^2 est l'énergie de rétrodiffusion moyenne. C'est le seul paramètre de ces équations. Le champ de σ^2 peut

donc être utilisé pour représenter les structures observées. Une des propriétés de cette distribution est son rapport signal sur bruit (SNR) :

$$\text{SNR} = \frac{\langle X \rangle}{\sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma}{\sqrt{\frac{4-\pi}{2}\sigma^2}} \approx 1.91 \quad (2.3)$$

où $\langle X^i \rangle$ est le moment d'ordre i de la variable X .

Le SNR peut être utilisé pour détecter la présence d'un speckle totalement développé. Cette distribution de Rayleigh est souvent utilisée pour modéliser le speckle dans les images ultrasonores [Bamber and Phelps, 1991; Lizzi, 1986; Wagner *et al.*, 1987; Dias and Leita, 1996; Guerault *et al.*, 2000].

2.2.2.2 Limitations du modèle

Cependant lorsque les diffuseurs sont trop espacés la valeur du SNR chute en dessous de 1.91 [Shankar *et al.*, 1993]. Et quand une composante cohérente apparaît dans le signal d'écho (par exemple à cause de diffuseurs disposés régulièrement), la valeur du SNR augmente [Wagner *et al.*, 1983].

Le modèle de Rayleigh n'est donc pas suffisamment général pour la description du signal ou de l'image enveloppe.

2.2.3 Modèle de Rice

Lorsque le signal écho comprend une composante additionnelle s non aléatoire et cohérente, le modèle de la fonction de densité jointe peut être modifié de la manière suivante [Dutt and Greenleaf, 1995c] :

$$p_{Z_r, Z_i}(z_r, z_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(z_r+s)^2 + z_i^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.4)$$

En utilisant une fonction de Bessel modifiée du premier type et d'ordre zéro $I_0(\cdot)$, la densité de probabilité du signal enveloppe s'écrit :

$$p_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+s^2)}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{s x}{\sigma^2}\right). \quad (2.5)$$

Cette distribution est connue comme la *distribution de Rice*. Comme mentionné plus haut, la présence d'une composante cohérente indique que les échos proviennent soit d'un ensemble de diffuseurs dont la disposition spatiale est régulière, soit d'une réflexion spéculaire importante (Fig. 2.7).

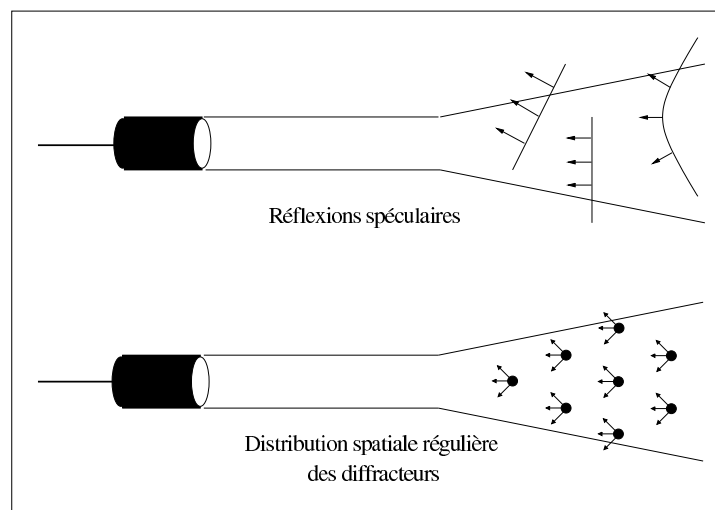


FIG. 2.7 – Présence d’une composante cohérente : réflexion spéculaire, diffuseurs distribués régulièrement dans l’espace.

2.2.3.1 Illustration de la distribution et comportements aux limites

Le modèle de Rice est une généralisation de la distribution de Rayleigh. Appelons k le rapport entre la diffusion cohérente et la diffusion aléatoire, $k = \frac{s}{\sigma}$. Le SNR de la distribution de Rice augmente avec k . La figure 2.8 illustre la distribution de Rice en fonction de k .

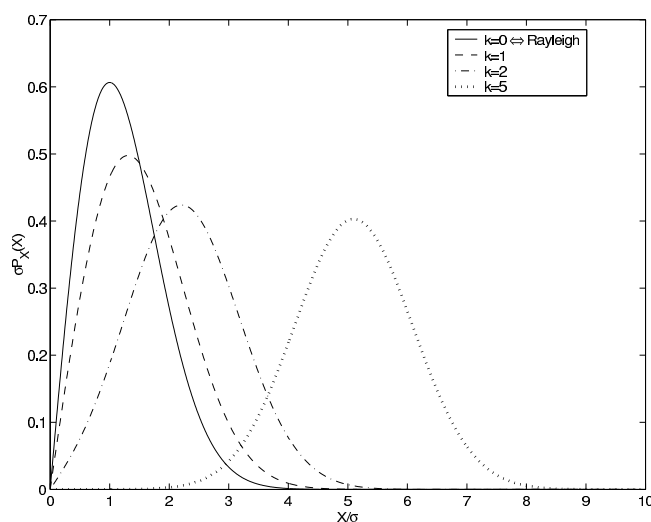


FIG. 2.8 – Fonction de distribution de Rice pour différentes valeurs du rapport k entre la diffusion cohérente et la diffusion aléatoire.

La distribution de Rice devient une distribution de Rayleigh lorsqu’il n’y a plus de composante cohérente ($k = 0$). Elle tend vers une distribution gaussienne lorsque la composante

cohérente devient importante ($k \gg 1$).

2.2.3.2 SNR et caractérisation du speckle

Le SNR de cette distribution s'écrit :

$$SNR = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp(-\frac{k^2}{4}) \left\{ (1 + \frac{k^2}{2} I_0(\frac{k^2}{4}) + \frac{k^2}{2} I_1(\frac{k^2}{4})) \right\}}{\sqrt{2 + k^2 - \frac{\pi}{2} \exp(-\frac{k^2}{2}) \left\{ (1 + \frac{k^2}{2} I_0(\frac{k^2}{4}) + \frac{k^2}{2} I_1(\frac{k^2}{4})) \right\}^2}} \quad (2.6)$$

qui peut s'approcher, pour les grandes valeurs de k ($k \gg 1$), par :

$$SNR \approx k \quad (2.7)$$

Le SNR tend vers une fonction linéaire croissante de s . Lorsqu'il n'y a pas de composante cohérente, on retrouve celui de la distribution de Rayleigh. Le SNR est donc un bon indicateur de la proportion de composante cohérente dans l'amplitude de l'écho.

Cette distribution a été utilisée dans [Tuthill *et al.*, 1988; Insana *et al.*, 1986; Wagner *et al.*, 1987] pour caractériser la texture de l'image enveloppe et pour réduire le speckle.

2.2.4 Modèle de la K-distribution

Lorsque la densité des diffuseurs est faible, ou que ces diffuseurs sont corrélés, le modèle de Rice, et par extension celui de Rayleigh, ne permettent pas de modéliser les statistiques de l'enveloppe. Le théorème central limite n'étant plus applicable dans ce cas de figure, il faut faire appel à d'autres modèles.

Le modèle de la K-distribution est introduit par Jakeman [Jakeman and Pusey, 1980]. Il suggère d'utiliser la loi Binomiale négative (généralisation des lois de Poisson et Géométrique) pour modéliser le nombre de diffuseurs. L'enveloppe X du signal rétrodiffusé est l'amplitude de la somme des rétrodiffusions cumulées. Sa fonction de distribution marginale s'évalue comme :

$$p_X(x) = 2 \left(\frac{x}{2} \right)^\alpha \frac{b^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha)} K_{\alpha-1}(b x) \quad (2.8)$$

avec :

- $b = \sqrt{\frac{4\alpha}{E\{x^2\}}}$;
- $K_{\alpha-1}$ la fonction de Bessel du deuxième type, d'ordre $\alpha - 1$;
- α caractérise l'aggrégation spatiale des diffuseurs.

Cette distribution est appelée la *K-distribution*.

Illustration et propriétés de la K-distribution :

Le paramètre α est directement lié au nombre de diffuseurs qui contribuent à la formation du signal écho :

$$\alpha = (\mu + 1)N_d, \quad \mu > -1 \quad (2.9)$$

où μ est un paramètre lié à la géométrie du transducteur et aux propriétés statistiques du coefficient de rétrodiffusion [Shankar *et al.*, 1993].

Si la répartition du coefficient de rétrodiffusion est modélisée par une K-distribution, alors μ correspond à l'ordre de la fonction de Bessel de la K-distribution.

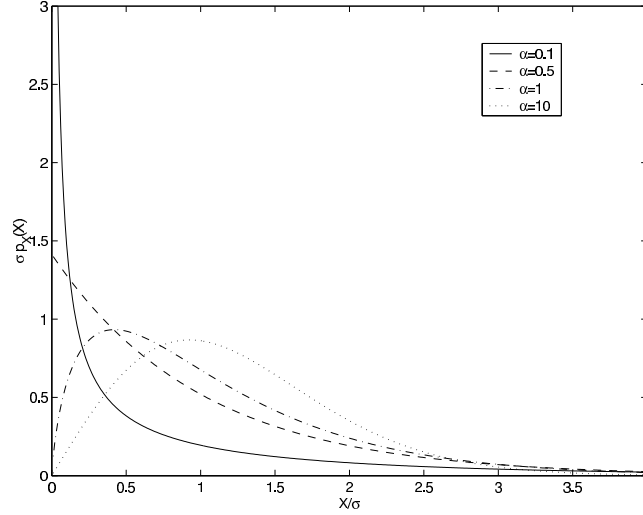


FIG. 2.9 – Fonction de la K-distribution pour différentes valeurs de α .

La figure 2.9 montre le comportement de la K-distribution pour différentes valeurs de α . Le moment d'ordre 2 de X vaut $\langle X^2 \rangle = 2\sigma^2$.

Lorsque le nombre de diffuseurs est faible (c'est-à-dire pour les petites valeurs de α), la fonction de densité tend vers une fonction exponentielle [Boukerroui, 2000]. Elle se répartit sur les niveaux d'amplitudes faibles et peut donc modéliser des distributions de skewness élevée (moment du troisième ordre, représentant l'asymétrie de la distribution). Pour de grandes valeurs de α , l'équation 2.8 s'approche de celle de la distribution de Rayleigh.

Les K-distributions constituent donc un bon modèle, quelle que soit la densité des diffuseurs dans le milieu observé [Dutt and Greenleaf, 1995a; Molthen *et al.*, 1993; Shankar, 1995], à condition que le signal ne comporte pas de composante cohérente [Ossant *et al.*, 1998; Dutt and Greenleaf, 1995b].

2.2.5 Modèle de la Homodyned K-distribution

On peut voir le modèle de la *Homodyned K-distribution* [Dutt and Greenleaf, 1994] de deux manières :

- une extension du modèle de Rice pour prendre en compte les cas de faibles densités de diffuseurs,
- une généralisation de la K-distribution pour prendre en compte la présence d'une composante cohérente dans le signal.

De ce fait le modèle de la Homodyned K-distribution repose sur ces deux distributions. La FDP de l'amplitude X du signal de μ diffuseurs faibles et dont la composante spéculaire vaut s s'écrit :

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\Gamma(\mu)} \sqrt{\frac{2\mu x}{\pi s}} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + m)}{m!\Gamma(\frac{1}{2} - m)} \left(\frac{-\sigma^2}{s x \mu} \right)^m \left(\frac{|s - x|\sqrt{\mu}}{\sigma\sqrt{2}} \right)^{\mu+m-\frac{1}{2}} K_{\mu+m-\frac{1}{2}} \left(\frac{|s - x|\sqrt{2\mu}}{\sigma} \right) \right\}$$

Cette fonction est utilisée pour modéliser les échos des micro-ondes marines [Ward, 1981], le fouillis de sol [Oliver, 1986], la propagation optique dans les milieux turbulents [Parry and Pusey, 1979] et bien sûr les images échographiques [Molthen *et al.*, 1995; Dutt and Greenleaf, 1994; Martin-Fernandez and Alberola-Lopez, 2004].

Cependant, la manipulation de ce modèle (comme celui de la K-distribution classique) est très complexe. Notamment, la résolution des équations transcendantales qu'implique l'estimation des paramètres du modèle est délicate [Shankar, 2000].

2.2.6 Modèle de distribution de Nakagami

L'idée d'utiliser la distribution de Nakagami [Nakagami, 1960] est introduite en 2000 par Shankar [Shankar, 2000]. Cette distribution est plus générale et permet de prendre en compte les corrélations partielles entre les diffuseurs. Son expression est :

$$p_X(x) = \frac{2m^m x^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(\frac{-m}{\Omega} x^2\right) \quad r \geq 0, m \geq 0 \quad (2.10)$$

où m est le paramètre de Nakagami et Ω est un facteur d'échelle. Ils peuvent être obtenus à partir des moments de X par :

$$m = \frac{\Omega^2}{\langle X^4 \rangle - \Omega^2} \quad \text{et} \quad \Omega = \langle X^2 \rangle. \quad (2.11)$$

Cette distribution a aussi l'avantage d'être plus simple analytiquement. La figure 2.10 présente la FDP pour différentes valeurs du paramètre m et pour une valeur fixe de $\Omega = 0.5$.

Lorsque $m = 0.5$, on retrouve une demi-gaussienne (c'est-à-dire la partie positive d'une gaussienne centrée). Lorsque $m = 1$ on retrouve la FDP de Rayleigh. Et pour $m > 1$, on retrouve un modèle similaire à la distribution de Rice [Nakagami, 1960; Shankar, 2000].

Dumane utilise la distribution de Nakagami en y ajoutant un paramètre d'index de frontière [Dumane and Shankar, 2001]. Shankar a étendu la distribution de Nakagami en introduisant un troisième paramètre s_k d'ajustement de forme [Shankar *et al.*, 2003], le modèle est proche de celui présenté dans la section suivante.

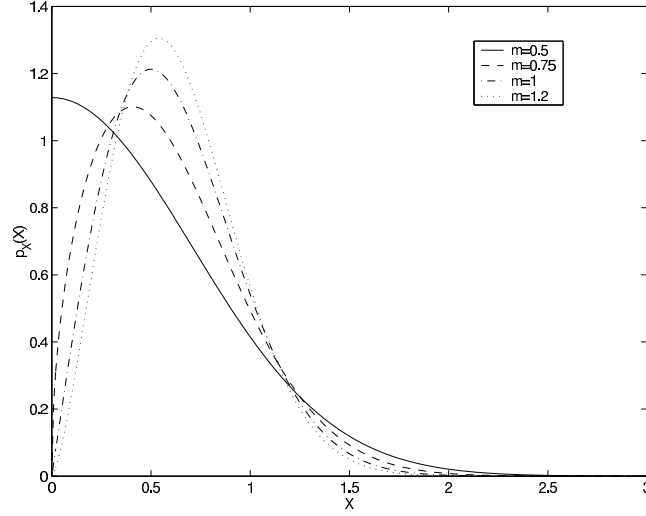


FIG. 2.10 – Fonction de Nakagami pour différentes valeurs de m et pour $\Omega = 0.5$.

2.2.7 Modèle de distribution Gamma généralisée

Le modèle de la distribution Gamma généralisée est un modèle à trois paramètres, introduit par Stacy [Stacy, 1962]. La fonction de densité de probabilité de ce modèle s'écrit :

$$p_X(x) = \frac{cx^{2cv-1}}{\Gamma(v)a^{cv}} \exp\left(-\frac{x^c}{a}\right) \quad (2.12)$$

où les paramètres c et v permettent d'ajuster la forme de la distribution, et où a est un paramètre d'échelle. Cette distribution est très attractive puisqu'elle peut modéliser un grand nombre de distributions : Rayleigh, exponentielle, Nakagami, Weibull, log-normale et la distribution gamma classique [Raju and Srinivasan, 2002].

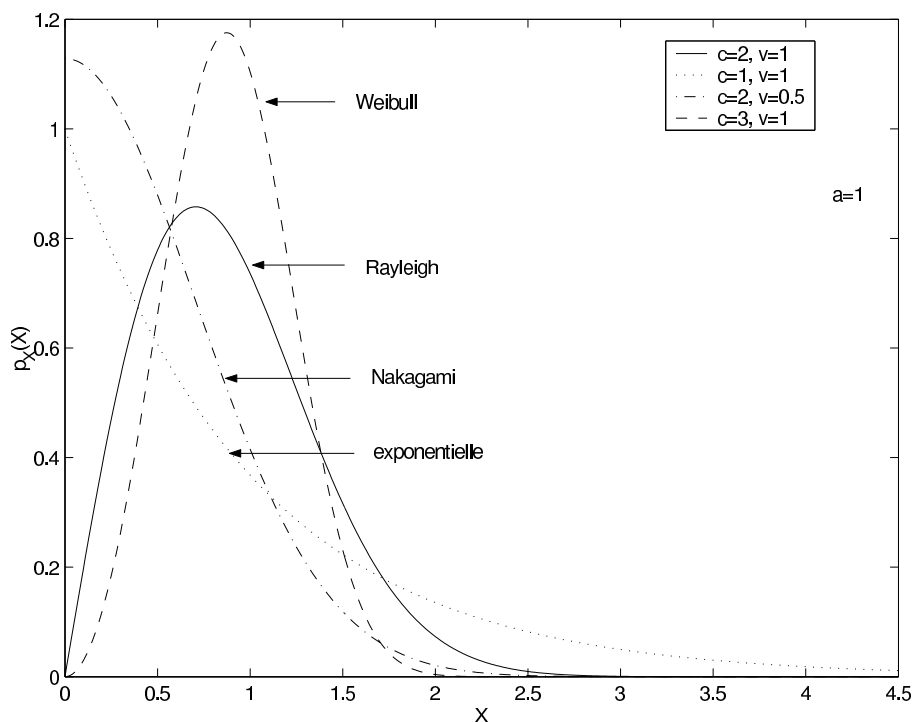
La distribution de Weibull [Weibull, 1951] n'est pas détaillée ici. Signalons simplement qu'elle permet de modéliser toutes les valeurs positives de SNR.

La table 2.3 résume les modélisations possibles de la distribution Gamma généralisée et la figure 2.11 les illustre. Le paramètre d'échelle est fixé à $a = 1$.

Elle a des avantages supplémentaires. En effet, elle fournit deux paramètres pour caractériser les tissus au lieu d'un pour les modèles précédents. En outre, si X suit une distribution gamma normalisée alors X^2 le fait aussi. Il s'ensuit que cette distribution peut modéliser à la fois l'amplitude et l'intensité (qui est proportionnelle au carré de l'amplitude) [Raju and Srinivasan, 2002].

2.2.8 Discussion

Les modèles de distribution reposent sur des hypothèses sur la densité et la disposition spatiale des diffuseurs et sur la présence d'une composante cohérente dans le signal. La distribution Gamma généralisée permet de modéliser la plupart des autres distributions et elle comporte deux paramètres pour caractériser les textures des tissus. La table 2.12

FIG. 2.11 – FDP Gamma généralisée pour différentes valeurs de c et v et pour $a = 1$.

Distribution modélisée	c	v
gamma	1	-
exponentielle	1	1
Rayleigh	2	1
Weibull	-	1
Nakagami	2	-
log-normale	-	∞

TAB. 2.3 – Les différentes distributions modélisées par la distribution Gamma généralisée.

récapitule les hypothèses de la densité des diffuseurs (dens. diff.) et de la présence d'une composante cohérente (comp. coh.). Y figurent aussi le nombre de paramètres utilisés pour la caractérisation de texture (param. text.) et la complexité globale de la distribution (complexité). L'estimation des paramètres de la distribution gamma généralisée nécessite de calculer les moments du logarithme des données et nécessite la manipulation de fonctions polygamma. La complexité de manipulation est supérieure à celles de Rayleigh, Rice et Nakagami mais plus faible que celles des K-distribution et Homodyned K-distribution.

Modèle	dens. diff.	comp. coh.	param. text.	complexité
Rayleigh	forte	non	1	faible
Rice	forte	oui	1	faible
K-distribution	faible	non	1	élevée
Homodyned K	faible	oui	1	élevée
Nakagami	indifférente	non	1	faible
Gamma généralisée	indifférente	non	2	moyenne

FIG. 2.12 – Hypothèses et caractéristiques des modèles de distribution.

2.3 La visualisation des images échographiques

Le signal électrique recueilli à la sortie d'une sonde est appelé radio fréquence (RF). Il est riche d'informations car son amplitude et sa fréquence sont caractéristiques des tissus qui l'ont réfléchi. Ce signal n'est cependant pas directement affiché. Dans cette section nous nous intéressons à la visualisation des images échographiques. Nous revenons d'abord sur les prétraitements utilisés pour le mode B. Puis nous nous intéressons à la compression logarithmique et aux transformations que cela induit sur les statistiques du speckle.

2.3.1 Les prétraitements du mode B

Nous revenons ici sur la présentation du mode B des échographes, décrit dans la section 2.1.4. Ce mode permet la visualisation, sous forme d'image, du signal échographique. Il nécessite une phase de prétraitement du signal que nous détaillons ici.

Pendant la phase "silencieuse" entre les émissions des salves d'ondes ultrasonores, le transducteur "écoute" les échos des signaux. Le récepteur de l'échographe reçoit les impulsions électriques brutes transmises par le transducteur et pré-traite ces données avant de les transmettre pour un affichage. Les prétraitements sont les suivants :

1. Amplification - Comme l'onde émise est sujette à des atténuations significatives avant son retour éventuel au transducteur, les amplitudes des échos reçus sont généralement très faibles. Pour pouvoir être interprété correctement, le signal est amplifié (le gain est exprimé en décibels (dB)).

2. Compensation - L'atténuation du signal est croissante avec la profondeur visitée. Pour visualiser de la même façon deux objets de même nature situés à des profondeurs différentes, les échos sont amplifiés en fonction de leur temps de vol. Cette opération s'appelle la compensation temps-gain (TGC).
3. Compression - Selon la position des rétrodiffuseurs et des interfaces, la quantité de signaux perdus ou accumulés varie grandement. Les signaux reçus par le transducteur se répartissent donc dans de larges plages d'amplitudes. Pour visualiser tous les signaux, l'échelle des amplitudes est modifiée. Parfois ce changement est linéaire, mais généralement c'est une échelle logarithmique qui est utilisée. On parle de compression logarithmique. La taille de la plage des amplitudes est appelée dynamique du signal (sec.2.3.2).
4. Filtrage - Il est possible d'utiliser les caractéristiques des signaux émis, notamment la plage des fréquences, comme connaissance a priori du type de signaux attendus. Le récepteur peut éliminer les signaux indésirables dont la fréquence est aberrante et améliorer ainsi la qualité du résultat.
5. Rejet - Les échographes recourent parfois à un filtre passe-haut pour éliminer les signaux de faible amplitude. Une partie de ces signaux correspond à de l'information mais l'effet dominant de ce traitement est la suppression de bruit.
6. Démodulation - C'est la transformation des signaux électriques pour récupérer l'information véhiculée par l'onde porteuse. C'est le signal démodulé qui est utilisé pour l'affichage.

2.3.2 La compression logarithmique

Les systèmes d'imagerie échographique médicaux utilisent des transformations non-linéaires du signal pour réduire sa dynamique. Les signaux échographiques ont généralement des dynamiques variant entre 50 et 70 dB, et peuvent atteindre parfois 100 dB. L'œil humain n'est pas capable de percevoir une dynamique si importante : en termes de niveaux de gris les capacités de perception humaine se limitent à environ 30dB (cette valeur peut atteindre 40dB pour les médecins experts du domaine).

La fonction de transfert de la compression logarithmique peut s'écrire [Dutt and Greenleaf, 1996] :

$$A = T(\hat{A}) = D \ln(\hat{A}) + G \quad (2.13)$$

où \hat{A} est le signal mesuré (supposé non nul) et A le signal compressé. D est le gain logarithmique et G le gain linéaire.

Le gain G ne modifie que la moyenne de la fonction de distribution. Le paramètre D doit être estimé pour inverser la transformation. Si le domaine de variation du signal d'entrée $[\hat{A}_{\min}, \hat{A}_{\max}]$ correspond à celui du signal compressé $[A_{\min}, A_{\max}]$ alors on peut écrire la relation suivante :

$$A_{\max} - A_{\min} = D \ln \left(\frac{\hat{A}_{\max}}{\hat{A}_{\min}} \right). \quad (2.14)$$

On définit la **dynamique du signal** d'entrée, notée R , par :

$$R = 20 \ln \left(\frac{\hat{A}_{\max}}{\hat{A}_{\min}} \right). \quad (2.15)$$

d'où :

$$D = \frac{20}{R} (A_{\max} - A_{\min}). \quad (2.16)$$

Si on connaît la dynamique du signal d'entrée et de sortie, alors on peut estimer D et inverser la transformation. Certains échographes donnent la dynamique d'entrée du signal ; ce n'est cependant pas toujours le cas.

2.3.3 Statistiques du speckle dans les images compressées logarithmiquement

La compression logarithmique, transformant le signal original pour l'affichage, induit une modification des statistiques du speckle. Dans les deux sections suivantes nous présentons l'effet de cette modification dans les cas d'un speckle entièrement développé et d'un speckle partiellement développé.

2.3.3.1 Cas du speckle entièrement développé

Sous l'hypothèse d'un speckle entièrement développé, nous avons vu qu'il est possible d'utiliser la distribution de Rayleigh (Sec. 2.2.2) pour modéliser l'enveloppe RF.

Posons A^{-1} la valeur du signal d'entrée correspondant à la valeur A en sortie. La FDP du signal compressé peut alors s'écrire [Kaplan and MA, 1993; Dutt and Greenleaf, 1996] :

$$p_A(A) = \frac{p_A(A^{-1})}{\left| \frac{dA}{d\hat{A}} \right|}. \quad (2.17)$$

Comme le signal d'entrée est supposé suivre la distribution de Rayleigh, on peut écrire :

$$p_A(A) = \frac{1}{\lambda} \exp(-g - \exp(-g)), \quad (2.18)$$

où

$$g = \frac{G - A}{\lambda} + \ln(2\sigma^2) \quad (2.19)$$

et $\lambda = \frac{D}{2}$. Cette FDP est connue comme la *double exponentielle* ou encore fonction de densité de Fisher-Tippet [Dutt and Greenleaf, 1996].

Si on pose $\gamma \approx 0.5772$ la constante d'Euler, la moyenne et la variance s'en déduisent [Kaplan and MA, 1994; Abramowitz and Stegun, 1972] :

$$\langle A \rangle = D \left(\frac{\ln(2)}{2} + \ln(\sigma) - \frac{\gamma}{2} \right) + G, \quad (2.20)$$

$$\langle A^2 \rangle = \frac{\pi^2}{24} D^2. \quad (2.21)$$

La figure 2.13 présente l'effet du paramètre D sur la FDP de A . G induit une simple translation de la moyenne. La variance du signal de sortie ne dépend que du paramètre D (eq.2.21), elle est indépendante du signal RF. On peut donc estimer D à l'aide de la variance dans une région où le speckle est totalement développé [Kaplan and MA, 1993; Kaplan and MA, 1994].

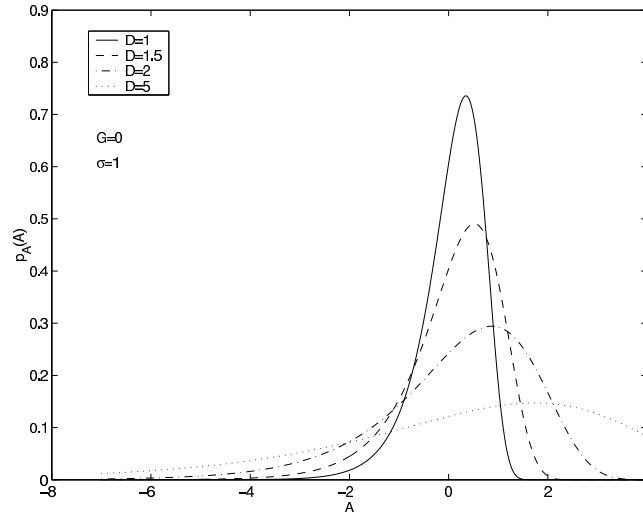


FIG. 2.13 – Fonction de densité de probabilité de l'image enveloppe compressée logarithmiquement, pour un speckle pleinement développé. $\sigma = 1$, $G = 0$ et D parcourt différentes valeurs.

2.3.3.2 Cas du speckle partiellement développé

Nous avons vu que lorsque le speckle n'est que partiellement développé, il est possible de modéliser la distribution de l'enveloppe non compressée par la K-distribution (Sec. 2.2.4).

Pour dériver la FDP de l'enveloppe avec compression logarithmique, Dutt a proposé d'utiliser l'intensité normalisée $I_n = A^2/2\sigma^2$ et une approximation polynomiale de la K-distribution par les polynômes de Laguerre [Dutt and Greenleaf, 1996]. Le résultat obtenu, (eq.15) dans ([Dutt and Greenleaf, 1996]), est une modification de la distribution de la

double exponentielle. Il estime la moyenne et la variance de la distribution, en utilisant uniquement les trois premiers polynômes de Laguerre :

$$\langle A \rangle = G + D \left\{ \frac{\ln(2)}{2} + \ln(\sigma) - \frac{\gamma}{2} - \frac{1}{4\alpha} + \frac{1}{3\alpha^2} \right\}, \quad (2.22)$$

$$\langle A^2 \rangle = \frac{\pi^2}{24} D^2 \left\{ 1 + \frac{0.608}{\alpha} + \frac{0.231}{\alpha^2} \right\} \quad (2.23)$$

où α caractérise l'agrégation spatiale des diffuseurs.

Il est intéressant de remarquer que lorsque $\alpha \rightarrow \infty$, on retrouve l'estimation de la moyenne et de la variance de la distribution de Rayleigh. Ce paramètre α peut être utilisé pour estimer la densité des diffuseurs, si on connaît le gain D [Dutt and Greenleaf, 1996].

2.4 Conclusions

L'analyse faite dans ce chapitre permet de tirer les trois conclusions suivantes.

- les données que nous manipulons dans cette thèse sont des images échographiques acquises par un dispositif électronique complexe, ce qui leur confère des caractéristiques particulières. En particulier, les images sont dégradées par le phénomène de speckle, assimilé à un bruit multiplicatif. Ainsi, tout traitement nécessiterait une réduction de ce bruit. Cela justifie la phase cruciale de filtrage que nous développons dans le chapitre 4 ;
- le besoin de restauration des images affectées par le speckle a impliqué le développement, dans la littérature, de plusieurs modèles statistiques pour ce bruit. Ils se basent sur des hypothèses différentes liées aux milieux ciblés par le dispositif. Les hypothèses portent particulièrement sur la densité des éléments rétro-diffuseurs, leur répartition spatiale (aléatoire ou régulière) et la présence de réflexion spéculaire. Le modèle qui nous semble le plus pertinent est celui de la distribution Gamma généralisée. Il s'agit d'un modèle général permettant de générer la plupart des autres. La méthode de filtrage que nous développons est indépendante du modèle de speckle. Cependant, afin de la valider, nous faisons des tests sur des images de synthèse générées à l'aide de différents modèles ;
- l'affichage nécessite une compression logarithmique qui modifie les statistiques du signal original. Par conséquent, les traitements que nous mettons en œuvre portent sur l'enveloppe du signal radio-fréquence et non sur l'image affichable.

Le chapitre suivant présente l'état de l'art des prétraitements nécessaires pour réduire l'effet du speckle, ainsi que les méthodes de segmentation des images en vue de leur interprétation.

Chapitre 3

Coefficient de variation et état de l'art

Résumé

Ce chapitre présente le coefficient de variation, sa version locale et leurs propriétés. Nous montrons que c'est un détecteur de contours robuste. Nous décrivons comparativement les filtres de speckle. Nous finissons par une classification des méthodes de segmentation des images médicales.

Introduction

Comme présenté dans le chapitre 2, le speckle est un bruit largement présent dans les images échographiques. L'interprétation de ce type d'images nécessite un traitement du speckle lors du filtrage et de la segmentation. Ce chapitre présente l'état de l'art de ces deux niveaux de traitement. Il se structure en trois parties principales.

Dans le domaine du filtrage du speckle, les techniques les plus répandues proviennent de la communauté de recherche sur les images radar. Une partie significative de ces techniques utilise la mesure statistique du « Coefficient de variation ». Dans la première partie (Sec. 3.1), nous présentons la nature de cette mesure et ses propriétés.

Dans la seconde partie (Sec. 3.2), nous passons en revue les méthodes de filtrage du speckle qui utilisent le coefficient de variation et celles utilisées pour traiter les images échographiques. Nous remarquerons que dans ce domaine la richesse et la robustesse de cette mesure ne sont pas exploitées. Nous justifierons la création d'une méthode de filtrage d'images échographiques fondée sur le coefficient de variation (Chap. 4).

La troisième partie du chapitre se focalise sur la segmentation des images échographiques et de certains autres types d'imageries médicales. Les travaux trouvés dans la littérature sont présentés selon une classification que nous esquissons. Cette étude ne se veut pas exhaustive ; un intérêt particulier est porté aux méthodes variationnelles qui sont traitées séparément. Nous justifierons ainsi la pertinence de l'utilisation des contours actifs.

3.1 Le Coefficient de variation

Dans le domaine du radar à synthèse d'ouverture (RSO), les techniques de filtrage du speckle les plus utilisées reposent toutes sur le **coefficient de variation (CV)** [Lee, 1980; Kuan *et al.*, 1985; Frost *et al.*, 1982; Lopès *et al.*, 1990; Lopès *et al.*, 1993]. Nous présentons ici l'estimation de ce paramètre et discutons de son intérêt pour le traitement des images contenant du speckle.

On différencie deux coefficients de variations :

- le coefficient de variation global (CV global), noté \mathcal{G}
- le coefficient de variation local (CV local), noté γ

3.1.1 Le coefficient de variation global

Définition :

Soit Ω_h une région de l'image correspondant à une zone de réflectivité homogène de la scène observée ; le coefficient de variation global (CV global) est défini comme :

$$\mathcal{G}^2 = \frac{\text{var}(I_{\Omega_h})}{\bar{I}_{\Omega_h}^2} \quad (3.1)$$

où I_{Ω_h} est l'ensemble des intensités des pixels de Ω_h .

Propriété :

Le coefficient de variation global \mathcal{G} est une caractérisation globale du speckle présent dans l'image.

Preuve :

Notons :

- R la réflectivité réelle de la scène observée (celle que l'on cherche) ;
- I l'observation dont on dispose ;
- n un bruit multiplicatif.

Nous avons :

$$I(i, j) = R(i, j) \cdot n(i, j). \quad (3.2)$$

Le calcul se fait sur une zone homogène de l'image Ω_h regroupant N pixels. Sur Ω_h la réflectivité réelle de la scène est constante :

$$\forall (i, j) \in \Omega_h, R(i, j) = k \quad (3.3)$$

le calcul du CV global se simplifie de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^2 &= \frac{\text{var}(I_{\Omega_h})}{\overline{I_{\Omega_h}}^2} \\ &= \frac{\frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in \Omega_h} (R(i, j) \cdot n(i, j) - \overline{Rn})^2}{\overline{I_{\Omega_h}}^2} \\ &= \frac{\frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in \Omega_h} (kn(i, j) - k\bar{n})^2}{(k\bar{n})^2} \\ &= \frac{\text{var}(n)}{\bar{n}^2}. \end{aligned}$$

où \overline{Rn} et \bar{n} sont les moyennes de $R(i, j) \cdot n(i, j)$ et $n(i, j)$ calculées sur Ω_h . Le CV global ne dépend donc pas de la réflectivité réelle (ou observée) de la scène, mais uniquement du speckle. C'est en ce sens qu'il en est une caractéristique globale.

3.1.2 Le coefficient de variation local**Définition :**

Le coefficient de variation local (CV local) est défini comme une estimation locale du CV global :

$$\gamma^2(s) = \frac{1}{|\eta_s|} \sum_{p \in \eta_s} \frac{(I_p - \overline{I_s})^2}{\overline{I_s}^2} \quad (3.4)$$

où η_s est le voisinage du pixel central s . $\overline{I_s}$ est la valeur moyenne de l'intensité des pixels de η_s . Dans cette thèse nous considérons le cas de la 4-connexité et celui de la 8-connexité.

Propriété :

- Dans une fenêtre contenant des pixels d'une région homogène $\gamma \approx \mathcal{G}$.
- Dans une fenêtre contenant des pixels de contours $\gamma \gg \mathcal{G}$.

Preuve :

La variance d'une variable A peut s'écrire :

$$\text{var}(A) = E(A^2) - E(A)^2. \quad (3.5)$$

Il est raisonnable de considérer que la réflectivité réelle de la scène et le speckle qui l'affecte sont statistiquement indépendants. L'équation du CV local peut donc s'écrire :

$$\frac{\text{var}(Rn)}{E(Rn)^2} = \frac{1}{E(Rn)^2} [E((Rn)^2) - E(Rn)^2] \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{E(Rn)^2} [(\text{var}(R) + E(R)^2)(\text{var}(n) + E(n)^2) - E(R)^2 E(n)^2] \quad (3.7)$$

$$= \underbrace{\frac{\text{var}(n)E(R)^2}{E(Rn)^2}}_{\text{CV global}} + \text{var}(R) \frac{(\text{var}(n) + E(n)^2)}{E(Rn)^2}. \quad (3.8)$$

Comme la moyenne est la meilleure approximation de l'espérance définie sur un ensemble fini de pixels équiprobables, le premier terme de l'équation 3.8 s'apparente au CV global. Lorsque la fenêtre de calcul du CV local se situe sur une zone homogène la variance $\text{var}(R)$ de la réflectivité réelle s'annule et on retrouve $\gamma \approx \mathcal{G}$.

Le deuxième terme de l'équation est strictement positif si la fenêtre se situe sur un contour ou une texture. Plus le contour est important ou la zone texturée, plus la variance de la réflectivité réelle R (donc le CV local) est élevée. On retrouve $\gamma \gg \mathcal{G}$.

Conséquence :

Le coefficient de variation local est un détecteur de contours dans les images contenant du speckle.

3.1.3 Comparaison entre coefficient de variation et amplitude du gradient

Le gradient de l'intensité d'une image est de loin le paramètre le plus utilisé pour la détection des contours. Nous comparons sur deux exemples l'efficacité du gradient et celle du CV pour localiser les contours dans les images contenant du speckle.

Nous considérons deux images très simples : une image de niveau d'intensité gris clair constant (Fig. 3.1(a)) et une image comportant deux zones homogènes : gris clair et gris foncé (Fig. 3.1(d)). Nous introduisons sur chacune de ces images un bruit multiplicatif de

type speckle. Les gradients et CV local sont ensuite calculés, normalisés et affichés. Le gradient est calculé par les opérateurs de Sobel. Le CV local est calculé sur une fenêtre carrée de trois pixels de côté. La hauteur d'une barre indique l'amplitude du gradient ou du CV local normalisé.

Sur l'image homogène, les amplitudes du gradient sont hétérogènes (Fig. 3.1(b)). Des barres hautes et basses apparaissent dans toute la zone dont la réflectivité est initialement homogène. Sur cette même image les amplitudes du CV local sont plus homogènes (Fig. 3.1(c)).

Les résultats sur la seconde image sont encore plus explicites :

- le gradient (Fig. 3.1(e)) est dépendant de la réflectivité alors que le CV local ne l'est pas (Fig. 3.1(f)). Les amplitudes de γ dans la zone claire et dans la zone foncée sont similaires.
- sur les pixels du contour le gradient n'est pas régulier. Il présente des valeurs aberrantes. Alors que le CV local est régulier ; ses valeurs sont significativement supérieures à celles des pixels homogènes.

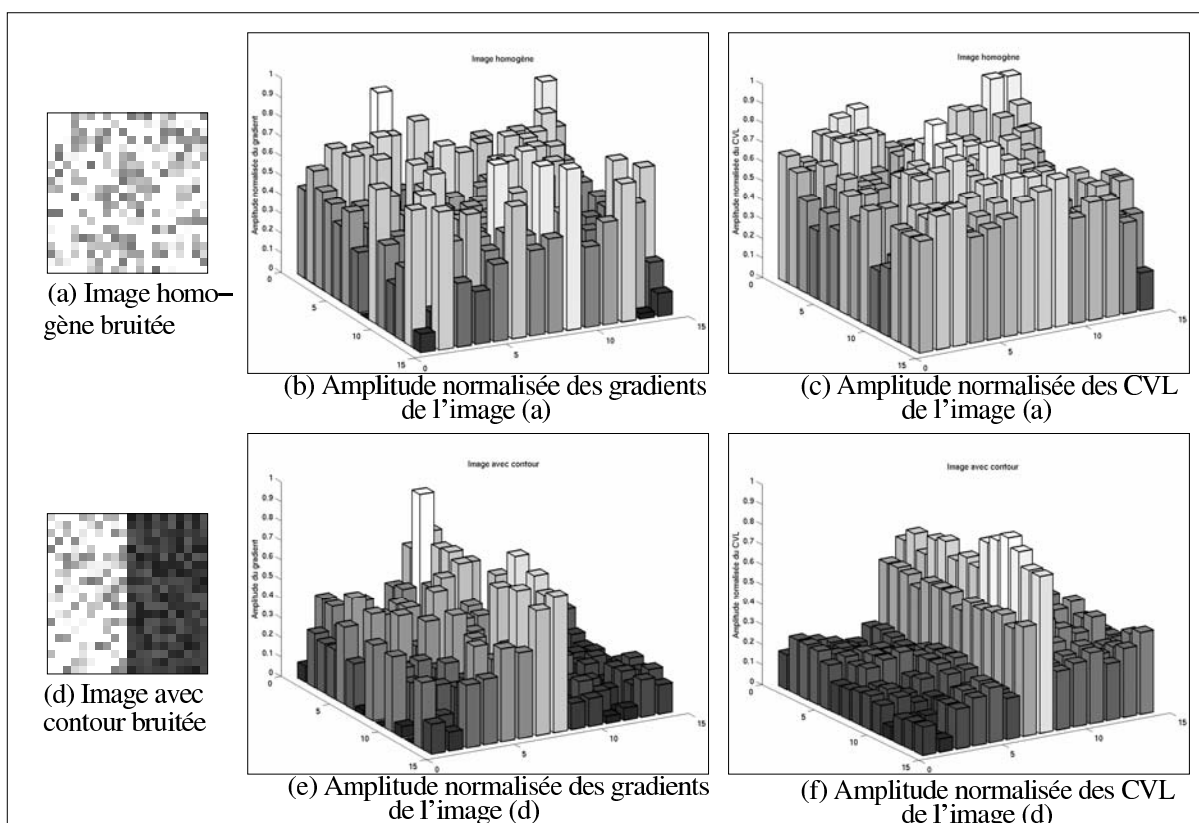


FIG. 3.1 – Représentation 3D de l'amplitude normalisée du gradient et du coefficient de variation local sur deux images. (a) Image homogène bruitée. (d) Image avec contour bruitée.

3.1.4 Discussion

De la présentation faite ci-dessus, il apparaît clairement que le coefficient de variation est une mesure statistique qui permet non seulement de caractériser le bruit dans les images contenant du speckle, mais aussi de différencier les zones homogènes des contours avec plus de précision que l'amplitude du gradient.

Le CV est connu depuis longtemps dans le traitement des images radar ; il est utilisé par le filtre de Lee, introduit en 1980. Dans la section suivante, nous présentons les techniques de filtrage du speckle, en insistant sur celles qui utilisent le coefficient de variation.

3.2 Le filtrage du speckle

Filtrer le speckle revient à estimer la réflectivité réelle de la scène pour chaque pixel de l'image. L'objectif est de réduire conséquemment le speckle et de restaurer l'information utile dans l'image. Pour cela on cherche à :

- lisser le mieux possible les zones homogènes sans en modifier la réflectivité ;
- préserver les contours et structures de l'image ;
- conserver autant que possible la texture là où elle est présente.

La littérature regorgeant de travaux sur le filtrage du speckle, nous ne prétendons pas les présenter de manière exhaustive. Nous nous intéressons dans un premier temps aux filtres les plus classiques, utilisés depuis plus de 20 ans pour traiter les images RSO : les filtres de Lee [Lee, 1980], Kuan [Kuan *et al.*, 1985], Frost [Frost *et al.*, 1982] et leurs versions modifiées par Lopès [Lopès *et al.*, 1990]. Ces filtres utilisent des fenêtres sur lesquelles sont évaluées des statistiques locales.

Les filtres homomorphiques sont ensuite brièvement décrits, puis nous présentons des filtres plus récents qui sont fondés sur l'estimation Bayésienne. Ces derniers utilisent l'information *a priori* des fonctions densité de probabilité (Chap. 2) [Kuan *et al.*, 1987; Lopès *et al.*, 1993].

Enfin nous nous intéressons aux filtres utilisés pour traiter les images échographiques.

3.2.1 Les filtres adaptatifs classiques

Les filtres présentés ici reposent sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne. On parle de filtre EQMM (MMSE en anglais). EQMM est l'acronyme d'Erreur Quadratique Moyenne Minimum.

3.2.1.1 Le filtre de Lee

Lee a d'abord proposé un filtre pour le cas d'un bruit additif [Lee, 1980]. L'origine de ce filtre est la méthode de Wallis qui permet de fixer directement la moyenne et la variance locales des intensités du résultat [Wallis, 1976]. La réflectivité de la scène est supposée stationnaire et caractérisée par son espérance et sa variance.

Posons I l'image observée, $\bar{I}_{i,j}$ et $\sigma_{i,j}$ respectivement la moyenne et la variance de I calculées dans un voisinage du pixel (i, j) . Le filtre de Wallis consiste à « choisir » \bar{R}_d et σ_d , la moyenne et la variance locales désirées. L'estimation \hat{R} de la réflectivité réelle est obtenue par :

$$\hat{R}(i, j) = \bar{R}_d + \sqrt{\frac{\sigma_d}{\sigma_{i,j}}} (I(i, j) - \bar{I}_{i,j}). \quad (3.9)$$

Pour traiter le modèle multiplicatif (Eq. 3.2), Lee l'approche par un modèle linéaire :

$$I'(i, j) = A R(i, j) + B n(i, j) + C \quad (3.10)$$

où A , B et C minimisent l'erreur quadratique moyenne entre I et I' sans biaiser I' .

Le filtre de Lee repose sur la formulation suivante :

$$\hat{R}(i, j) = \bar{I}_{i,j} + k(I(i, j) - \bar{I}_{i,j}) \quad (3.11)$$

où le paramètre k est appelé *gain* du filtre. Lorsque :

- $k \approx 1$, le filtre se comporte comme un filtre passe-tout. La valeur de réflectivité estimée est égale à la valeur observée ;
- $k = 0$, le filtre se comporte comme un filtre moyennneur ;
- $0 < k < 1$, le filtre lisse l'image à la manière d'un filtre passe-bas.

Ce paramètre k est évalué en comparant le CV local au CV global :

$$k = 1 - \frac{\mathcal{G}^2}{\gamma^2}. \quad (3.12)$$

Sur une zone homogène le CV local et le CV global sont proches ; la valeur de k est donc très faible et le filtre se comporte comme un filtre moyennneur. Sur un fort contour, le CV local est très supérieur au CV global ($\gamma \gg \mathcal{G}$). La valeur de k s'approche donc de l'unité et le filtrage est arrêté.

3.2.1.2 Le filtre de Kuan

Dans l'approche proposée par Kuan, le modèle de bruit multiplicatif (eq.3.2) est d'abord transformé en un modèle additif dépendant du signal [Kuan *et al.*, 1985] :

$$I'(i, j) = R(i, j) + (n(i, j) - 1) R(i, j). \quad (3.13)$$

Le critère de l'EQMM est ensuite utilisé pour estimer R . Le filtre qui en résulte est de la même forme que le filtre de Lee (eq.3.11), mais avec un gain qui se calcule comme :

$$k = \frac{1 - \frac{\mathcal{G}^2}{\gamma^2}}{1 + \mathcal{G}^2} \quad (3.14)$$

Ici encore le gain est faible dans les zones homogène et proche de l'unité sur les contours. Mais contrairement au filtre de Lee, Kuan ne fait pas d'approximation linéaire du bruit multiplicatif. De ce point de vue, on peut le considérer meilleur que le filtre de Lee.

3.2.1.3 Le filtre de Frost

Modèle de réflectivité

La première version de ce filtre a été proposée par Frost en 1982 [Frost *et al.*, 1982]. Il se différencie des filtres de Lee et Kuan par la modélisation de la réflectivité de la scène. L'image observée est une convolution entre un modèle multiplicatif et la réponse impulsionnelle h du système radar :

$$I(i, j) = [R(i, j) \cdot n(i, j)] * h(i, j) \quad (3.15)$$

Le modèle de la réflectivité R de la scène est un processus autorégressif exponentiel à trois paramètres. La fonction d'autocorrélation s'écrit [Frost *et al.*, 1982] :

$$R_R(\tau) = \sigma_R^2 \exp(-a|\tau|) + \overline{R}^2 \quad (3.16)$$

où \overline{R}^2 est la moyenne locale de R et σ_R^2 sa variance locale. a est le paramètre d'auto-corrélation qui permet de prendre en compte la texture de la scène.

Le filtre

Posons $t_0 = (i_0, j_0)$ le centre de la fenêtre de calcul et posons $t = (i - i_0, j - j_0)$ les coordonnées du pixel courant exprimées dans le repère centré sur t_0 . Après simplification la réponse impulsionnelle du filtre de Frost se calcule comme :

$$m(t) = K_1 \exp(-K_2 \gamma^2(t_0) |t|) \quad (3.17)$$

où K_1 est une constante de normalisation introduite pour ne pas biaiser la moyenne et K_2 le paramètre du filtre.

Le filtre de Frost est en fait un filtre de Wiener adapté au bruit multiplicatif. Le principe de ce filtre est que tous les pixels de la fenêtre participent au filtrage mais avec un poids qui diminue en fonction de :

- la distance au pixel central, et
- l'hétérogénéité de la scène (mesurée par le CV local).

K_2 permet de régler la quantité de filtrage :

- lorsque K_2 est grand, le filtrage est plus faible ;
- lorsque K_2 est faible, la fonction exponentielle décroît plus lentement : le filtrage est plus fort.

3.2.1.4 Amélioration des filtres adaptatifs classiques

Lopès propose de différencier trois classes de réflectivité [Lopès *et al.*, 1990]. La première est la classe homogène où la réflectivité réelle est constante. La deuxième est la classe hétérogène qui correspond aux parties de l'image où la réflectivité réelle varie : les zones texturées et les contours. Enfin la troisième classe correspond aux pixels que le filtrage ne devrait pas modifier.

Lopès stipule qu'un filtre devrait se comporter de la manière suivante [Lopès *et al.*, 1990] :

1. Dans la classe homogène : Le filtre doit permettre de retrouver la réflectivité constante de la scène. L'estimateur non biaisé de la variance minimum correspond à la moyenne des intensités. Lopès propose donc que le filtre assigne à chaque pixel de cette classe la moyenne des intensités de la fenêtre locale centrée sur ce pixel (un filtre moyenneur).
2. Dans la classe hétérogène : Le filtre doit réduire le speckle tout en préservant les contours et la texture.
3. Dans la troisième classe, dite préservée : Le filtre doit fonctionner comme un filtre passe-tout et laisser identique l'intensité observée du pixel.

Les classes sont déterminées en fonction des valeurs du CV local à l'aide de deux seuils : \mathcal{G} et C_{\max} (Fig. 3.2) :

- classe homogène : $\gamma \leq \mathcal{G}$;
- classe hétérogène : $\mathcal{G} < \gamma < C_{\max}$;
- classe préservée : $\gamma \geq C_{\max}$.

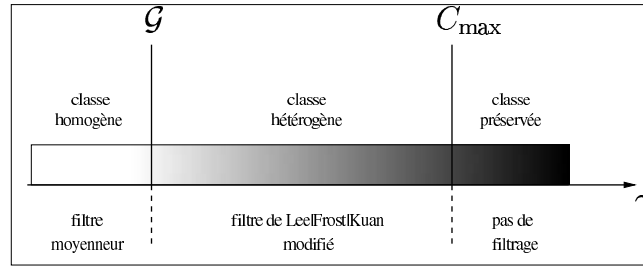


FIG. 3.2 – Classification des pixels selon la valeur du coefficient de variation local, pour les filtres de Lee, Frost et Kuan modifiés.

Lopès considère $C_{\max} = \sqrt{3}\mathcal{G}$. Sur cette base, il propose de nouvelles versions des filtres de Lee, Frost et Kuan.

- **Version modifiée des filtres de Lee/Kuan :**

$$\hat{R}(i, j) = \begin{cases} \bar{I}, & \text{si } \gamma \leq \mathcal{G} \\ \bar{I}_{i,j} + k(I(i, j) - \bar{I}_{i,j}), & \text{si } \mathcal{G} < \gamma < C_{\max} \\ I(i, j), & \text{si } \gamma \geq C_{\max} \end{cases} \quad (3.18)$$

avec

$$k = \exp\left(-K \frac{\gamma - \mathcal{G}}{C_{\max} - \gamma}\right) \quad (3.19)$$

où k est le paramètre du filtre.

– **Filtre de Frost modifié :**

$$m(t) = K_1 \exp -K_2 f(\gamma)(t_0)|t| \quad (3.20)$$

où $f(\gamma)$ est une fonction hyperbolique du CV local définit comme :

$$f(\gamma) = \begin{cases} 0, & \text{si } \gamma \leq \mathcal{G} \\ (\gamma - \mathcal{G})/(C_{\max} - \gamma), & \text{si } \mathcal{G} < \gamma < C_{\max} \\ \infty, & \text{si } \gamma \geq C_{\max} \end{cases} \quad (3.21)$$

On peut remarquer que le gain k de la version modifiée des filtres de Lee et Kuan est similaire à la fonction f de la version modifiée de Frost lorsque la distance $|t|$ est constante.

3.2.2 L'estimation bayésienne

3.2.2.1 Loi de Bayes

Nous avons vu, dans le chapitre 2, les différentes fonctions de densité de probabilité caractérisant le speckle. L'estimation bayésienne permet d'utiliser directement ces modèles comme information *a priori*.

L'approche du maximum *a posteriori* pour le filtrage du speckle a d'abord été proposée par Kuan [Kuan *et al.*, 1987]. La réflectivité de la scène y est supposée distribuée de manière Gaussienne. Cette hypothèse n'est pas très réaliste puisqu'elle suppose implicitement qu'elle peut être négative. Par la suite Lopès *et al* proposent d'utiliser la distribution Gamma. Nous détaillons, ci-après, le filtre MAP qui en découle [Lopès *et al.*, 1993].

Soit R la réflectivité réelle de la scène qu'on cherche à déterminer et soit I l'observation dont on dispose. R et I sont liées par leur probabilité jointe $P(R, I)$ ou la loi conditionnelle $P(R|I)$. L'estimation du MAP est obtenue en maximisant le critère de Bayes par rapport à R :

$$P(R|I) = \frac{P(I|R)P(R)}{P(I)} \quad (3.22)$$

où $P(I|R)$ est la FDP du speckle.

3.2.2.2 Cas du filtrage du speckle

Modèle de speckle

Lopès, dont les travaux portent sur les images radar à synthèse d'ouverture (RSO), suppose une distribution gamma :

$$P_R(r) = \left(\frac{\alpha}{R}\right)^\alpha \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \exp\left(-\alpha \frac{r}{R}\right) r^{\alpha-1} \quad (3.23)$$

avec $\bar{R} = \bar{I}$ et α un paramètre calculé à partir des estimations globale et locale du coefficient de variation :

$$\alpha = \left(\frac{1 + \mathcal{G}^2}{\gamma^2 - \mathcal{G}^2} \right)^2. \quad (3.24)$$

Le filtre

Si l'on pose \hat{R} l'estimation de R , le filtre *Gamma MAP* correspondant s'écrit finalement [Lopès et al., 1993] :

$$\hat{R}(i, j) = \frac{(\alpha - L - 1)\bar{I} + \sqrt{\bar{I}^2(\alpha - L - 1)^2 + 4\alpha LI(i, j)\bar{I}}}{2\alpha} \quad (3.25)$$

où L est le nombre de vues.

Ici encore le modèle est amélioré en introduisant deux seuils :

$$\hat{R}(i, j) = \begin{cases} \bar{I}, & \text{si } \gamma \leq \mathcal{G} \\ \frac{(\alpha - L - 1)\bar{I} + \sqrt{\bar{I}^2(\alpha - L - 1)^2 + 4\alpha LI(i, j)\bar{I}}}{2\alpha}, & \text{si } \mathcal{G} < \gamma < C_{\max} \\ I(i, j), & \text{si } \gamma \geq C_{\max}. \end{cases} \quad (3.26)$$

3.2.3 Les filtres homomorphiques

Le principe des filtres homomorphiques [Oppenheim and Schafer, 1989] est de passer d'un modèle de bruit multiplicatif à un modèle additif par une transformation logarithmique. Le traitement est fait sur le logarithme de l'image puis on retransforme exponentiellement l'image obtenue.

Arsenault [Arsenault and Levesque, 1984] applique le filtre de Lee au logarithme de l'image. Cette approche n'est pas sans inconvénient : le changement d'échelle induit une estimation biaisée de la réflectivité réelle (plus de détails sur le changement d'échelle sont donnés dans la section (sec. 4.2.3.3)). Ce biais peut être corrigé en rajoutant le coefficient d'Euler à l'estimation sur l'échelle logarithmique, mais Zrnic démontre que la réduction de la variance du speckle est sous-optimale [Zrnic, 1975].

3.2.4 Le filtrage du speckle dans les images ultrasons

Nous nous sommes jusqu'à présent intéressés aux filtres classiques des images RSO qui reposent sur l'utilisation du coefficient de variation. Le filtrage des images échographiques est aussi un domaine abondamment étudié, nous présentons ici brièvement quelques travaux majeurs.

3.2.4.1 Filtres médians

Czerwinski utilise un filtre médian directionnel pour préserver des contours et des lignes fines dans les images échographiques [Czerwinski et al., 1995]. Les résultats démontrent une

amélioration par rapport aux filtres médians pondérés. Des *bâtonnets* unidimensionnels sont utilisés pour estimer la direction des contours.

Ultérieurement dans [Czerwinski *et al.*, 1998; Czerwinski *et al.*, 1999], il utilise des bâtonnets de formes et tailles diverses et propose de colorer l'image en utilisant pour chaque pixel une teinte relative à la direction de la ligne la plus proéminente qui y passe.

3.2.4.2 Déconvolution homomorphique

Taxt propose deux méthodes de déconvolution homomorphique 2D [Taxt, 1995] et 3D [Taxt, 2001]. La fonction d'étalement du point (PSF pour *Point Spread Function*) est estimée à l'aide du cepstre (le lecteur trouvera plus de détails sur le cepstre et l'analyse homomorphique dans [Oppenheim and Schaffer, 1989]). Les images ultrasons sont déconvoluées par un filtre de Wiener dans le domaine des fréquences. Cette méthode a l'avantage de pouvoir être utilisée en temps réel.

Une autre technique de déconvolution est proposée par Hokland et Kelly. Elle prend en compte explicitement à la fois le modèle de réflexion spéculaire et celui de réflexion diffuse. Des étapes de restauration et de segmentation sont utilisées alternativement [Hokland, 1996]. L'étape de restauration comprend une estimation de la réflexion diffuse à l'aide du MAP. L'étape de segmentation comprend l'estimation d'un champ de Markov toujours à l'aide du MAP, cette estimation permet de déterminer la réflexion spéculaire.

3.2.4.3 Composition d'images

Composition spatiale

L'utilisation de plusieurs images échographiques acquises sous des angles différents permet une composition spatiale qui améliore le rapport signal-bruit. Cette méthode a été d'abord étudiée par Trahey [Trahey *et al.*, 1986] et Shankar [Shankar and Newhouse, 1985]. Elle est maintenant directement incorporée dans certains échographes 2D et 3D [Huber *et al.*, 2002; Entrekin *et al.*, 1999] avec des résultats cliniques prometteurs.

Composition temporelle

Dans la dimension temporelle, le speckle s'assimile à un bruit de haute fréquence. Certains filtres utilisent le fait que le speckle est moins corrélé temporellement que spatialement [Sanchez-Ortiz *et al.*, 1999; Sermesant *et al.*, 2003].

3.2.4.4 Diffusion anisotrope

La diffusion anisotrope est présentée en détail dans le chapitre 4. Elle est utilisée pour le filtrage des images échographiques 2D [Krissian, 2000] et 3D [Sermesant *et al.*, 2003].

3.2.4.5 Transformée en ondelettes

La première utilisation des ondelettes pour la réduction du speckle est l'œuvre de Guo [Guo *et al.*, 1994]. Par la suite Zong utilise une approche homomorphique multi-échelle. Les

coefficients des ondelettes du logarithme de l'image échographique sont estimés. Ils sont ensuite rétrécis (*soft thresholding*) pour éliminer le bruit [Zong *et al.*, 1998]. Achim propose une méthode similaire reposant sur la décomposition en ondelettes de la transformation logarithmique de l'image. Il utilise un estimateur bayésien avec l'*a priori* d'une distribution symétrique alpha-stable de cette décomposition [Achim *et al.*, 2001].

3.2.5 Discussion sur le filtrage

Une partie conséquente des filtres de speckle repose sur le coefficient de variation. Les filtres adaptatifs établissent un équilibre pondéré entre le filtre moyenneur et le filtre passe-tout. Il est montré dans [Lopès *et al.*, 1990] que les filtres de Lee et de Frost ont des résultats similaires bien que se formulant différemment. Le filtre Gamma-MAP est un estimateur biaisé. Cependant il préserve mieux la dynamique de la réflectivité que les précédents [Lopès *et al.*, 1997].

La présentation des travaux sur le filtrage du speckle permet de faire deux constats :

- la réduction du speckle dans les images radar a donné lieu à une profusion de travaux de recherche. Une partie significative de ces derniers se base sur le coefficient de variation ;
- au contraire, le traitement du speckle dans les images échographiques n'a pas suscité le même effort de recherche. En effet, la compression logarithmique est supposée agir comme un filtre homomorphique transformant le speckle en bruit additif. Ainsi, son filtrage est souvent fait par des filtres dans lesquels le coefficient de variation n'est jamais utilisé.

Dans la suite de cette thèse, nous tenterons de remédier à ces problèmes en développant une méthode de filtrage qui :

- travaille sur l' **enveloppe radiofréquence**, évitant ainsi l'effet de la compression logarithmique
- utilise le **coefficient de variation** comme mesure statistique pour différencier les zones homogènes des contours.

3.3 La segmentation dans l'imagerie médicale

La segmentation d'images joue un rôle crucial dans beaucoup d'applications en imagerie médicale. L'image est aujourd'hui un outil essentiel pour le diagnostic. L'échographie 2D et 3D, la radiographie par rayon X, l'imagerie par résonance magnétique, la tomographie et autres techniques permettent de visualiser de manière non invasive l'anatomie du corps humain. Ces techniques ont largement contribué à l'élargissement des connaissances sur l'anatomie et ses pathologies.

L'utilisation des ordinateurs pour traiter et analyser ce nombre croissant d'images est devenue nécessaire. En particulier la segmentation d'image facilite ou automatise la délimitation des structures anatomiques ou d'autres régions d'intérêt. Elle joue un rôle vital dans de nombreuses applications médicales comme la mesure du volume des tissus

[Van Leemput *et al.*, 2003], l'établissement de diagnostic [Fetita and Preteux, 2002], la localisation et la mesure de pathologies [Zijdenbos *et al.*, 1994; Precioso *et al.*, 2003], l'étude des structures anatomiques [Worth *et al.*, 1997; Sermesant *et al.*, 2003], la planification de traitement [Khoo *et al.*, 1997] ou la chirurgie assistée par ordinateur [Ayache *et al.*, 1996; Hoad and Martel, 2002].

Dans cette section nous étudions brièvement les différentes approches de la segmentation dans le domaine de l'imagerie médicale. Des études comparatives et des états de l'art sur la segmentation d'images médicales peuvent être trouvés dans [Pham *et al.*, 2000; Ayache, 2003]. L'analyse d'images médicales est traitée dans son ensemble dans l'ouvrage de référence de Duncan et Ayache [Duncan and Ayache, 2000].

3.3.1 Principe de la segmentation

La segmentation consiste à partitionner une image I en groupes de pixels $\{R_i\}_{i=1..n}$ qui sont homogènes par rapport à un prédicat p donné :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i; R_i \neq \emptyset \\ \forall i, j; i \neq j R_i \cap R_j = \emptyset \\ I = \bigcup_i R_i \\ \forall (x, y) \in R_i^2, p(x) = p(y). \end{array} \right. \quad (3.27)$$

Les régions doivent être disjointes et celles qui sont adjacentes doivent être hétérogènes. Les pixels d'une même région ne sont pas forcément connectés spatialement.

Il n'existe pas de technique unique de segmentation car la nature des images et le but de la segmentation sont multiples. Le choix de la technique est lié aux facteurs suivants [Cocquerez *et al.*, 1995] :

- **caractéristiques de l'image** :
 - type de l'éclairage, présence ou non de reflets
 - types de bruits, présence éventuelle de zones texturées
 - contours flous ou occultés partiellement
- **objectif de la segmentation** :
 - localisation, mesure
 - indexation, reconnaissance des formes
 - aide au diagnostic (temps réel ou pas)
 - aide au contrôle de la qualité
- **primitive à extraire** :
 - contours, points d'intérêt
 - objet, forme, région
 - texture

Classiquement les méthodes de segmentation sont classées en deux catégories selon l'approche qu'elles adoptent [Cocquerez *et al.*, 1995] :

- méthodes globales : elles adoptent une approche région. On distingue notamment les méthodes de classification, les méthodes structurales et les méthodes markoviennes (non abordées ici).
- méthodes locales : elles se basent sur l'approche frontières qui consiste à faire des recherches de contours. On distingue les méthodes dérivatives, morphologiques, markoviennes locales (non abordées) et les méthodes variationnelles (dont les snakes). Vu l'intérêt de ces dernières pour la thèse, nous les traitons séparément dans la section 3.3.4.

3.3.2 Les méthodes globales

3.3.2.1 Les méthodes de classification

(a) Le seuillage

La segmentation d'une image par seuillage consiste à créer une partition binaire de ses intensités, que l'on appelle ici le fond et l'objet. On peut classer les algorithmes de seuillage en fonction du type d'information traitée [Sezgin and Sankur, 2001]. Les catégories sont :

- Les méthodes basées sur la forme de l'histogramme ;
- Les méthodes d'agrégation, où les niveaux d'intensité sont agrégés en deux parties (fond et objet) ;
- Les méthodes reposant sur l'entropie, comme par exemple la maximisation de la somme des entropies du fond et de celle de l'objet ;
- Les méthodes basées sur les attributs de l'objet, qui visent à maximiser une mesure de similarité ;
- Les méthodes utilisant la dépendance spatiale des pixels ;
- Les méthodes adaptatives localement, dont le niveau de seuillage varie selon les caractéristiques locales de l'image.

Les performances du seuillage dépendent beaucoup du type de bruit (s'il est stationnaire, corrélé, gaussien...), mais aussi de l'illumination de la scène, de la variance des niveaux de gris de l'objet ou du fond et du contraste. Pour des études précises sur le seuillage nous renvoyons le lecteur vers [Weszka and Rosenfeld, 1978; Sahoo *et al.*, 1988; Lee *et al.*, 1990; Oh and Lindquist, 1999; Sezgin and Sankur, 2001].

Dans le domaine de l'imagerie médicale le seuillage a été utilisé pour segmenter les échographies avec des fenêtres adaptatives [Wu *et al.*, 1998; Hiransakolwong *et al.*, 2003], ou en utilisant la matrice de co-occurrence pour caractériser le « grain » (assimilé à une texture) de données de type Bscan [Moysan *et al.*, 1992]. Un seuillage itératif est utilisé pour segmenter les muscles pectoraux sur des images radiographiques [Xu and Xia, 2003]. On a utilisé le seuillage basé sur la covariance spatiale de l'image pour segmenter les images tomographiques [Oh and Lindquist, 1999].

(b) Classification supervisée et agrégation de pixels

La classification est une méthode dite *supervisée* : elle nécessite un apprentissage où les données sont segmentées manuellement puis utilisées comme référence pour la segmentation ultérieure de nouvelles données.

L'agrégation de pixels peut être vue comme une classification *non supervisée* en ce sens qu'elle utilise les données à traiter pour un apprentissage autonome. Notons toutefois que cette deuxième méthode nécessite une segmentation initiale (ou de manière équivalente des paramètres initiaux). Pham propose une approche d'agrégation robuste pour la segmentation du cerveau dans les images IRM [Pham and Prince, 1999].

3.3.2.2 Les méthodes structurales

(a) La croissance de région

Notons a un attribut de pixel et \mathcal{P} un prédicat d'uniformité. La croissance de région s'effectue à partir d'un ensemble initial de pixels appelés *germes*. Cet ensemble constitue les régions initiales auxquelles on ajoute successivement des pixels voisins qui ont des propriétés similaires. Les régions adjacentes qui vérifient ensemble \mathcal{P} sont fusionnées. De nouveaux germes sont placés dans les régions qui ne sont pas incluses dans les régions existantes.

Le critère \mathcal{P} peut consister par exemple à exiger que la variance de a dans une région ne dépasse pas un certain seuil. Une initialisation simple de la méthode consiste à prendre pour germes un grand nombre de pixels répartis aléatoirement dans l'image. On peut autrement commencer par identifier de petites zones vérifiant le prédicat \mathcal{P} , afin de les utiliser comme points de départ.

Tout comme le seuillage, cette technique est souvent une étape parmi un ensemble de traitements plus complexes. Elle permet notamment la délimitation d'objets simples comme les tumeurs et les lésions [Pohlman et al., 1996]. Elle se rapproche de la division-fusion à ceci près qu'elle nécessite un germe initial dans chacune des régions à segmenter [Manousakas et al., 1998]. D'autres applications médicales peuvent être trouvées dans [Justice et al., 1997; Pohle and Toennies, 2001]. Une étude sur la relation entre les snakes et la croissance de région est proposée dans [Zhu and Yuille, 1996].

(b) La division-fusion

Pour introduire le principe de la division-fusion, reprenons un prédicat \mathcal{P} d'homogénéité. L'étape de division consiste à partitionner l'image récursivement jusqu'au niveau du pixel. Elle est suivie de l'étape de fusion où les régions adjacentes sont fusionnées tant que leur union vérifie \mathcal{P} .

La division-fusion est introduite par Horowitz et Pavlidis. Ils utilisent un algorithme récursif de division de l'image en quadtree [Horowitz and Pavlidis, 1976]. Comme aucun critère de forme n'est exploité pour contraindre la fusion, cette méthode laisse une empreinte spécifique dans la carte des régions avec des frontières marquées par de nombreux

traits verticaux et horizontaux. Le critère d'homogénéité joue un rôle très important dans la fusion des régions. L'intérêt de cette technique est avant tout sa rapidité.

Les techniques de fusion et de division des régions permettent la prise en compte d'informations globales. Celles-ci ont ensuite été améliorées. D'abord par la croissance hiérarchique de régions de Monga où la fusion se fait en plusieurs étapes avec des critères de plus en plus tolérants [Monga, 1987], puis par la pyramide adaptative de Jolion *et al* [Jolion and Montanvert, 1992].

Cette technique de segmentation est bien étudiée, mais elle n'a pas été bâtie pour faciliter la décision particulièrement délicate du critère de fusion des régions. Parmi ses applications aux images médicales, on peut trouver les travaux de Manousakas [Manousakas *et al.*, 1998] et ceux récents de Noble [Junbo *et al.*, 2003].

3.3.3 Les méthodes locales

3.3.3.1 Les méthodes dérivatives

Principe

Les méthodes dérivatives considèrent l'image comme l'échantillonnage sur une grille d'une fonction scalaire $I(x, y)$ à support borné et dérivable en tout point. Les contours sont localisés sur les points de fort gradient ou de dérivée seconde nulle :

- parmi les opérateurs du premier ordre, on trouve les filtres de Prewitt et Sobel [Prewitt, 1970] et les opérateurs de gradients directionnels de Kirsh [Kirsch, 1971] ;
- parmi les opérateurs du deuxième ordre, on trouve l'opérateur de Marr et Hildreth [Marr and Hildreth, 1980] et celui de Huertas-Médioni [Huertas and Medioni, 1986].

Filtrage Optimal

L'approche par filtrage optimal est introduite par Canny [Canny, 1986]. Elle repose sur la satisfaction de trois contraintes dépendantes des statistiques du bruit :

- une bonne détection : le filtre doit maximiser le rapport signal sur bruit ;
- une bonne localisation : il doit maximiser l'inverse de l'espérance de la distance entre le vrai point de contour et le point de contour détecté ;
- une seule réponse : le détecteur ne doit pas fournir plusieurs réponses à un seul contour. Pour cela, on impose une distance minimum entre les différents maxima en sortie du filtre. Ce critère est le seul des trois à utiliser l'hypothèse d'un bruit gaussien.

La combinaison de ces trois critères amène à la résolution d'une équation différentielle dont la solution est un filtre qui permet la localisation du contour.

Deriche, utilisant la même démarche que Canny, cherche une réalisation de l'opérateur sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII) [Deriche, 1987]. Il aboutit à la même équation différentielle. Seules les conditions aux limites sont différentes.

Shen et Castan proposent un opérateur optimisant un critère incluant la détection et la localisation. Les critères qu'ils obtiennent correspondent aux critères de détection et de localisation de Canny. Les filtres obtenus sont assez similaires dans la pratique [Castan *et*

al., 1989].

Images médicales

Dans le cadre de la segmentation des images médicales, les méthodes dérivatives sont surtout utilisées comme la première étape de détection des contours avant d'utiliser des modèles déformables.

Montagnat utilise un filtrage récursif basé sur les filtres de Canny et Deriche pour détecter les contours vers lesquels un modèle déformable 3D est attiré [Montagnat *et al.*, 2003]. Le filtre de Canny a été utilisé pour déterminer automatiquement le contour initial d'un modèle de contours actifs dans des images tomographiques [Valdes *et al.*, 2000]. Dans ce même type d'image, le filtre de Canny est étendu pour détecter les contours de l'artère coronaire [van der Zwet *et al.*, 1998]. Liu et al proposent un opérateur pour la détection de ruptures dans les signaux bruités [Liu *et al.*, 1995]. Cet opérateur est plus efficace pour cette tâche que ceux de Canny et Deriche.

3.3.3.2 La morphologie mathématique

Les opérateurs de base de la morphologie mathématique sont l'érosion et la dilatation. Viennent ensuite par ordre croissant de complexité et de richesse des propriétés :

- le gradient ;
- les ouvertures et les fermetures ;
- le *chapeau haut-de-forme* ;
- le laplacien ;
- la squelettisation ;
- la ligne de partage des eaux.

La ligne de partage des eaux

La ligne de partage des eaux (LPE) utilise une description des images en termes géographiques. Elle ne s'applique pas à l'image originale mais à l'image de son gradient morphologique où le niveau de gris de chaque point correspond à une altitude. Il est alors possible de définir la ligne de partage des eaux comme étant la crête formant la limite entre deux bassins versants. Un bassin versant est une zone géographique d'où une goutte d'eau, suivant la ligne de plus grande pente, arrivera sur un minimum donné. On associe un minimum à un bassin versant. Il existe deux classes principales d'implémentation :

- une basée sur un algorithme récursif d'immersion [Vincent and Soille, 1991] ;
- une autre basée sur l'utilisation de fonctions de distances géodésiques [Meyer, 1994].

Cette méthode permet de segmenter l'image de manière simple, rapide et intuitive ; elle peut être parallélisée. Elle engendre une division complète de l'image et ne nécessite pas de fermeture de contour. Les défauts de cette méthode sont :

- la sur-segmentation : due à la présence de nombreux minima locaux. Une solution à ce problème est d'utiliser des marqueurs placés à l'intérieur et à l'extérieur des régions d'intérêt [Vincent, 1993; Beucher, 1994]. ;
- la sensibilité au bruit : les variations locales de l'image peuvent avoir une influence

importante sur le résultat. La diffusion anisotrope a été utilisée pour contourner ce problème [Weickert, 1998b];

- la mauvaise détection des régions d'intérêt dont les contours ont un faible contraste;
- la mauvaise détection des structures fines.

Cette technique génère des contours fermés et squelettisés qui forment une partition de l'image.

Images médicales

Noble utilise la morphologie mathématique pour détecter les structures de l'image [Noble, 1989; Noble, 1996]. Elle décrit plusieurs opérateurs morphologiques qu'elle utilise pour améliorer les contours et trouver des éléments dans l'image.

Klinger présente une technique semi-automatique qui utilise la morphologie mathématique pour segmenter l'endocarde dans les échocardiographies [Klinger *et al.*, 1988]. Une ouverture est appliquée à une image composite (la moyenne de toutes les images) pour enlever les pics d'intensité dans l'image. L'image résultante est alors soustraite à l'originale; puis une fermeture sur niveaux de gris et une dilatation binaire sont effectuées. Un contour fermé est extrait en affinant itérativement le résultat. Le contour est identifié comme le bord intérieur de l'endocarde.

Dans des images échographiques 3D, Benkeser mesure le déplacement de tissu suite à une perturbation axiale, afin d'en mesurer son élasticité. Il extrait les objets de l'image en utilisant un seuillage binaire et des opérateurs de dilatation et d'érosion [Benkeser *et al.*, 1995].

Bouma calcule une image de fond puis utilise la morphologie et la soustraction d'images pour segmenter des vaisseaux dans des images échographiques intravasculaires [Bouma *et al.*, 1995].

Choy utilise le principe des bassins versants pour filtrer le ventricule gauche dans les images échographiques. Il relève l'intensité de chaque pixel d'une quantité égale à l'écart entre l'intensité du pixel courant et celle du pixel de plus faible intensité du même bassin [Choy and Jin, 1996]. Thomas utilise une technique similaire pour segmenter le fémur dans des échographies fœtales. Récemment, Awad *et al.* ont aussi fait appel à la morphologie mathématique pour détecter le contour de la prostate dans des images échographiques [Awad *et al.*, 2003].

Pour segmenter les globules blancs, une méthode appelée les *watersnakes* contourne le problème des minima locaux en évaluant la fonctionnelle d'énergie sur l'espace entier des possibilités. Pour réduire la complexité de l'algorithme, la méthode de la LPE est utilisée. Le résultat permet une approche *coarse to fine* [Jaesang and Keller, 2001]. La morphologie mathématique, suivie d'une analyse de la courbure du résultat, est utilisée par Zana pour la segmentation des vaisseaux dans les images angiographiques [Zana and Klein, 2001].

3.3.4 Les méthodes variationnelles

Principe

Une formulation variationnelle de la segmentation regroupe l'ensemble des critères (pour

la plupart concurrents) s'appliquant à un ou plusieurs contours S dans une **fonctionnelle** $E(S)$. La valeur de cette fonctionnelle indique la qualité de la segmentation (par convention plus cette valeur est faible meilleure est la segmentation). On emploie parfois le terme d'**énergie** pour la fonctionnelle ou pour les termes qu'elle contient.

Notons que les méthodes variationnelles sont utilisées pour la segmentation mais aussi pour le suivi d'objet, la reconstruction 3D à partir de plusieurs images, la diffusion anisotrope, l'estimation de disparité, la morphologie mathématique, entre autres domaines.

Les méthodes variationnelles sont régies par des **équations aux dérivées partielles** (EDP) qui interviennent lors des dérivations formelles des équations d'Euler-Lagrange ou lorsqu'on cherche un minimum local ou global à l'aide de la descente des gradients.

Nous nous intéressons dans cette section aux méthodes variationnelles dans le cadre de la segmentation d'images médicales. Nous détaillons le modèle de **snakes** introduit par Kass et Witkin pour situer l'origine des B-spline snakes présentés et utilisés dans le chapitre (Chap. 5). Les autres méthodes sont brièvement décrites, accompagnées de citations d'ouvrages qui les utilisent dans le contexte biomédical.

Références fondamentales

Pour une description plus large du principe et des développements des méthodes variationnelles, nous renvoyons le lecteur à l'édition spéciale de mars 1998 de *IEEE Transactions on Image Processing* [TIP, 1998] où on peut trouver des travaux majeurs de grands chercheurs du domaine, y figurent : Faugeras [Faugeras and Keriven, 1998], Cottet [Cottet and Ayyadi, 1998], Teboul, Barlaud *et al* [Teboul *et al.*, 1998], Xu et Prince [Xu and Prince, 1998], Black et Sapiro [Black *et al.*, 1998], Caselles [Caselles *et al.*, 1998], Weickert [Weickert *et al.*, 1998] et Perona [Perona, 1998]. Plusieurs de ces articles ont motivés cette thèse et sont cités à maintes reprises dans ce document.

Une autre référence importante est l'édition spéciale du *Journal of Visual Communication and Image Representation* [JCVIR, 2002]. Pour une revue détaillée de l'utilisation des modèles déformables dans l'imagerie médicale, nous renvoyons vers l'ouvrage de Mac Inerney et Terzopoulos [McInerney and Terzopoulos, 1996] et vers celui de Xu [Xu *et al.*, 2000]. L'ouvrage de Nicolas Ayache [Ayache, 2003] sur le projet Epidaure répertorie notamment des avancées sur les modèles surfaciques déformables et sur les contours actifs. Le livre d'Andrew Blake et de Michael Isard décrit les contours actifs, dont une partie sur les courbes splines [Blake and Isard, 1998].

Bien qu'initialement développés pour des problèmes de vision par ordinateur, le potentiel des contours actifs pour l'analyse d'images médicales est important. Ils sont utilisés pour traiter tous les types d'images médicales et pour la plupart des structures anatomiques.

3.3.4.1 Principe général des contours actifs, modèle de Kass et Witkin

Les contours actifs ont été introduits par Kass, Witkin et Terzopoulos en 1988 [Kass *et al.*, 1988]. Le contour actif (snake) proposé est une courbe paramétrée, fermée ou non, continue, qui peut se déformer pour minimiser un critère. Chaque élément X de la courbe

dépend de deux paramètres :

$$X(u, t) \begin{cases} u : \text{paramètre spatial} \\ t : \text{paramètre temporel (itération)}. \end{cases} \quad (3.28)$$

On fait parfois référence à la courbe courante $X(u) = (x(u), y(u))$, sans tenir compte du paramètre temporel. On peut se ramener au cas $u \in [0, 1]$ par transformation affine du paramètre u . Dans le reste de cette section, nous considérons que u satisfait cette condition.

Le processus de déformation fait évoluer le snake de manière à minimiser une fonctionnelle interprétable en termes de contraintes physiques :

- les contraintes internes régulent la raideur et l'élasticité de la courbe. On parle d'**énergie interne** ;
- les contraintes externes sont fixées par l'utilisateur. On parle d'**énergie externe** ;
- les contraintes de l'image concernent l'« attache aux données ». On parle d'**énergie liée à l'image**.

L'énergie totale de $X(u)$ se calcule alors comme la somme des énergies de chaque élément de la courbe :

$$E_{\text{snake}} = \int_0^1 E_{\text{interne}}(X(u))du + \int_0^1 E_{\text{externe}}(X(u))du + \int_0^1 E_{\text{image}}(X(u))du \quad (3.29)$$

3.3.4.2 Les approches basées contours

Les approches basées contours intègrent uniquement l'information présente sur les contours de l'image à segmenter. Généralement les contours des objets sont caractérisés par un gradient de l'intensité élevé. Ceci peut être traduit comme une fonctionnelle à minimiser à travers l'intégrale de contour.

Caselles a proposé en 1997 les contours actifs géodésiques, qui améliorent le modèle classique [Caselles *et al.*, 1997]. La minimisation de la fonctionnelle est considérée comme la minimisation de la longueur du contour dans une métrique Riemannienne, dépendant des caractéristiques de l'image.

$$E(s) = \int_a^b g(|\nabla I(s(u))|) |s'(u)| du \quad (3.30)$$

où g est une fonction de détection, définie sur \mathbb{R}^+ , strictement décroissante et qui tend vers zéro. Caselles établit l'équation d'évolution du contour actif correspondant à ce critère [Caselles *et al.*, 1997].

Notons qu'il existe des approches basées contours qui définissent l'équation d'évolution sans passer par une minimisation d'énergie [Malladi *et al.*, 1995].

La suite de cette section est composée d'énergie externe basées contour de la littérature.

Utilisation du filtrage optimal

Cohen [Cohen, 1991] détecte les points de contours par le filtre de Deriche [Deriche, 1987] suivi d'un seuillage par hystérésis. L'image des contours est ensuite lissée par une gaussienne. L'énergie est évaluée en utilisant les gradients de cette image.

Courbure maximale du contour

En 1991, Delingette considère une énergie supplémentaire qui permet à la courbe d'être attirée dans un premier temps vers les points de contour dont la courbure est extrême [Delingette et al., 1991]. Une fois ces points détectés, la courbe se positionne sur les points de contour sous l'action d'une énergie similaire à celles définies précédemment. Cette technique tente de contourner le problème posé par les concavités des contours. D'autres techniques sont proposées dans ce but [Davatzikos and Prince, 1995; Abrantes and Marques, 1996; Davatzikos and Prince, 1994; Prince and Xu, 1996].

Balloon snakes

En 1992, Cohen introduit l'idée des *balloon snakes* [Cohen et al., 1992]. Ce modèle nécessite un contour initial à l'intérieur de la région recherchée. Une *force* supplémentaire qui « gonfle » le snake est introduite. Elle permet de contourner le problème des extrema locaux et d'un contour initial trop loin du contour recherché. La force introduite est :

$$F(t) = -k \frac{\nabla E_{\text{externe}}(t)}{|\nabla E_{\text{externe}}(t)|} + k_1 \vec{n}(t) \quad (3.31)$$

où $\vec{n}(t)$ est le vecteur unitaire normal à la courbe au point t . Cette force doit être réglée précisément pour ne pas considérer les contours à segmenter comme des extrema locaux.

Ziplock Snakes

Neuenschwander propose un modèle de *ziplock snakes* en 1994 [Neuenschwander et al., 1994]. Il nécessite deux extrémités correctement positionnées. L'énergie externe est alors utilisée sur certaines parties du snake seulement : d'abord sur les extrémités puis en évoluant vers le centre du snake.

Snakes rubans

Neuenschwander propose plus tard les snakes *rubans* qu'il applique au cas de la détection des routes. Davatzikos et Prince utilisent les contours actifs pour segmenter le cortex cérébral. Ils remarquent que le cortex est de diamètre à peu près constant et proposent d'utiliser un ruban placé à l'intérieur du cortex. Leur énergie externe attire les points du contour vers le squelette du ruban [Davatzikos and Prince, 1995].

Champ de vecteurs gradients

Xu introduit en 1998 le *gradient vector flow* (GVF) en s'appuyant sur le théorème de Helmholtz. Il introduit un terme correspondant à la composante solénoïdale manquante dans les modèles existants. L'intérêt est de définir un champ d'énergie lié au gradient de l'intensité mais non nul dans les régions homogènes. Le GVF permet de détecter des contours subjec-

tifs (des contours non connexes par exemple) avec une meilleure précision que les balloon snakes. Cependant, il ne résout pas complètement le problème d'initialisation (Sec.5.4.1).

3.3.4.3 Les approches basées régions

Les régions qu'on désire segmenter peuvent avoir des propriétés (texture, homogénéité, mouvement) qui ne peuvent être incluses dans une intégrale de contour. L'approche basée régions des contours actifs est une évolution qui exploite la caractérisation des régions intérieures et extérieures. Cette approche permet de résoudre des problèmes pour lesquels il est difficile d'extraire les contours de l'objet. Par exemple, lorsque les images sont fortement bruitées ou floues. L'objectif est de trouver une partition de l'image qui minimise un ensemble de *descripteurs* des régions.

L'ouvrage de Ronfard [Ronfard, 1996] se trouve parmi les premières approches basées régions des contours actifs. Il développe un modèle où le contour actif est déformé sous l'action de forces, normales au contour dont les intensités sont liées à une mesure de similitude entre régions. La similitude entre deux régions est évaluée à l'aide de la *distance de Ward*. Il ne formule pas l'équation d'évolution comme la dérivée d'un critère mais utilise plutôt une méthode heuristique.

Les approches dites hybrides combinent des critères basés sur des descripteurs de régions et d'autres basés sur la description des contours de l'image. Jehan *et al* proposent de chercher les deux domaines Ω_{in} et Ω_{out} respectivement intérieur et extérieur au contour actif Γ en utilisant ce type de combinaison. La fonctionnelle qu'ils minimisent est de la forme [Jehan-Besson *et al.*, 2002] :

$$J(\Omega_{\text{in}}, \Omega_{\text{out}}, \Gamma) = \iint_{\Omega_{\text{in}}} k^{(\text{in})} + \iint_{\Omega_{\text{out}}} k^{(\text{out})} + \int_{\Gamma} k^{(\text{b})} \quad (3.32)$$

où les fonctions $k^{(\text{in})}$, $k^{(\text{out})}$ et $k^{(\text{b})}$ sont respectivement les descripteurs de l'objet, du fond et du contour. Pour atteindre la solution optimale, il faut déterminer le vecteur d'évolution de Γ à chaque étape en le différenciant par rapport au paramètre temporel t (non retranscrit dans l'équation 3.32).

Jehan-Besson *et al* sont les premiers à établir l'équation d'évolution à partir de la dérivation générale de critères comportant des descripteurs de régions [Aubert *et al.*, 2003]. Dans le cadre de la représentation implicite des contours actifs, ils ont aussi introduit la méthode des gradients de forme pour dériver ce critère [Jehan-Besson *et al.*, 2003] :

$$\begin{aligned} J'(\Omega_{\text{in}}(\tau), \Omega_{\text{out}}(\tau), \Gamma(\tau)) &= \iint_{\Omega_{\text{in}}(\tau)} \frac{\partial k^{(\text{in})}}{\partial \tau} dx dy + \iint_{\Omega_{\text{out}}(\tau)} \frac{\partial k^{(\text{out})}}{\partial \tau} dx dy \\ &\quad + \int_{\Gamma(\tau)} (k^{(\text{out})} - k^{(\text{in})} - k^{(\text{b})} \cdot \kappa + \nabla k^{(\text{b})} \cdot \mathbf{N})(\mathbf{V} \cdot \mathbf{N}) du \end{aligned}$$

où \mathbf{V} est la vitesse de propagation de $\Gamma(\tau)$, κ la courbure, \mathbf{N} le vecteur normal unitaire intérieur au contour et τ est le paramètre d'évolution.

Energie externe hybride

Le modèle de Poon repose à la fois sur une énergie des contours et une énergie des régions. Il segmente l'image globalement avec des contours multiples et une minimisation par recuit simulé. L'initialisation est plus souple que dans les autres modèles [Poon and Braun, 1997]. Les auteurs présentent des résultats de segmentation du ventricule gauche.

Fonctionnelle de Mumford et Shah

La fonctionnelle de Mumford et Shah pour la segmentation d'image [Mumford and Shah, 1989] a été adaptée au modèle des contours actifs et des level sets dans [Chan and Vese, 2001a; Paragios and Deriche, 1998; Tsai *et al.*, 2001; Chan and Vese, 2001b].

Patrons

En 1992, Staib et Duncan proposent d'utiliser des modèles déformables probabilistes pour détecter les contours et incorporent une information globale sur la forme du contour [Staib and Duncan, 1992].

Plus récemment des techniques utilisant les propriétés géométriques des objets recherchés sont apparues. Leventon *et al.* ont créé une force qui utilise la notion de distance entre deux formes géométriques. Le contour actif est attiré vers la forme de l'objet à extraire, estimée au préalable [Leventon *et al.*, 2000].

De la même manière, Cremers a introduit une information statistique sur la forme de l'objet dans la fonctionnelle de Mumford-Shah ; il limite ainsi les déformations de la courbe à un sous-espace [Cremers *et al.*, 2001].

Chen définit dans [Chen *et al.*, 2001] une fonctionnelle dépendant du gradient de l'image et de la forme moyenne de l'objet à extraire. Le terme géométrique a priori évalue la similarité de la forme du contour et de la forme de référence en calculant une fonction de distance entre les deux par la méthode dite de Fast Marching de Sethian [Sethian, 1996b].

Dans [Aubert *et al.*, 2003], Aubert contraint l'histogramme de la courbe à correspondre avec celui d'une région de référence.

Enfin, Foulonneau définit des descripteurs de forme à l'aide des moments de Legendre et introduit un a priori géométrique dans le cadre de contours actifs de type régions, par l'intermédiaire d'une distance quadratique entre l'ensemble des moments du contour et l'ensemble des moments de l'objet de référence [Foulonneau *et al.*, 2003].

3.3.4.4 Mise en œuvre des contours actifs

Mise en œuvre implicite

Les ensembles de niveaux (*level-sets*) ont été introduits par Osher et Sethian [Osher and Sethian, 1988; Malladi *et al.*, 1995]. Ils font partie des méthodes variationnelles et conduisent donc à des courbes qui évoluent, régies par un critère global. L'idée principale est de représenter la courbe comme la ligne de niveau zéro d'une fonction de dimension trois (surface). Le déplacement de la courbe est régie par une EDP portant sur la surface en question.

Cette méthode présente plusieurs avantages [Precioso, 2003] :

- la courbe peut changer de topologie si les contours l'imposent ;
- les propriétés géométriques du contour actif s'estiment à partir de la fonction surfacique associée ;
- les résultats obtenus sont très précis ;
- la formulation peut s'étendre au cas de dimensions plus élevées.

Par contre, le coût en temps de calcul est important et l'ensemble des points correspondant au contour ne possède pas de structure intrinsèque. Cette technique est utilisée dans divers domaines [Falcone *et al.*, 1994], et notamment pour la segmentation d'images médicales [Debreuve *et al.*, 2001; Paragios, 2003]. Les *geometric snakes* sont présentés par Caselles en 1995 dans [Caselles *et al.*, 1995]. Ils sont étudiés dans [Malladi *et al.*, 1995; Sapiro, 2001; Paragios and Deriche, 1999; Amadieu *et al.*, 1999].

Mise en œuvre explicite

Elle correspond aux courbes paramétriques. Deux modèles de contours sont distinguables :

- le modèle polygonal ;
- le modèle par spline.

Unser est un auteur à l'origine d'une très large partie des avancées du modèle B-spline snakes [Unser *et al.*, 1993; Brigger *et al.*, 2000; Precioso *et al.*, 2003; Jacob *et al.*, 2004]. Ce modèle est présenté dans le chapitre 5.

3.3.5 Discussion

La segmentation des structures anatomiques dans les images médicales et la reconstruction de leur forme est un problème difficile à cause de la complexité et de la diversité de l'anatomie humaine. Parmi la multitude de méthodes utilisées dans la littérature, les contours actifs présentent des avantages certains :

- le résultat est composé d'une ou plusieurs courbes directement exploitable(s) ;
- le modèle permet d'imposer la forme du résultat : courbe continue, connexe ou pouvant changer de topologie, fermée ou ouverte ;
- le contrôle de la rigidité et l'utilisation de contraintes de forme rendent le modèle moins sensible au bruit ou aux discontinuités du contour ;
- l'attache aux données peut se faire de manière locale ou globale.

Cependant, ces méthodes ne sont pas sans limitations. En particulier, elles nécessitent pour la plupart une initialisation précise, une forte interaction, et elles sont peu robustes au speckle.

La détection automatique des cavités cardiaques est un objectif convoité mais pourtant loin d'être atteint. Parmi les tentatives de la littérature, Berger propose en 1998 un modèle dit automatique [Berger *et al.*, 1998]. Une estimation du flot optique permet d'initialiser le snake d'une image grâce à la prédiction du mouvement et au résultat de l'image précédente. Cependant, son modèle nécessite une initialisation manuelle précise du contour sur la première image.

Hiransakolwong *et al.* propose en 2002 “une détection automatique pour les images ultrasons” [Hiransakolwong *et al.*, 2002]. Cette méthode nécessite la sélection (automatique)

de la plus grande région carrée dite *core-area*, incluse dans la région à détecter. La méthode automatique consiste à calculer d'abord ces *core-area* pour tous les objets de l'image et à sélectionner la plus grande.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le coefficient de variation, sa version locale et leurs propriétés. Nous avons clairement montré que ce coefficient est un détecteur de contours robuste au speckle.

Les méthodes classiques de filtrage de speckle dans les images RSO ont été décrites et comparées. Nous en concluons que le coefficient de variation est largement utilisé dans ce domaine. A l'inverse, ce coefficient de variation n'est pas utilisé dans les techniques de filtrage des images médicales.

Le filtrage des images échographiques porte fréquemment sur le mode B. La compression logarithmique est généralement associée à un filtre homomorphique qui transformerait le bruit multiplicatif en bruit additif. En conséquence, les techniques classiques de filtrage de bruit additif sont souvent préférées. Pourtant le signal en mode B est très pauvre à cause des nombreux traitements qu'il a subi.

Il en découle qu'un filtrage efficace du speckle devrait utiliser le coefficient de variation et devrait opérer sur l'enveloppe du signal radiofréquence plutôt que sur l'image en mode B. D'où le filtre anisotrope robuste que nous développons dans le chapitre 4.

En dernière partie, nous avons comparé et classé les méthodes de segmentation d'images médicales. Les méthodes variationnelles ont été particulièrement détaillées. Parmi ces méthodes, les contours actifs sont bien adaptés à la segmentation de cavités cardiaques. Nous constatons aussi que le coefficient de variation n'est utilisé dans aucune de ces méthodes. Il nous semble donc pertinent de développer une approche de segmentation qui combine les avantages des contours actifs et du coefficient de variation. Notre méthode présentée dans le chapitre 5 est un B-spline snake contrôlé en partie par deux énergies externes originales, fondées sur ce coefficient, visant ainsi la robustesse au speckle.

Chapitre 4

Filtrage anisotrope robuste du speckle

Résumé

Ce chapitre est consacré au nouveau modèle de diffusion anisotrope robuste adapté au speckle. Nous revenons dans un premier temps sur l'analyse multi-échelle et sur le principe de la diffusion. A travers des exemples, nous montrons que la diffusion anisotrope basée sur la seule amplitude du gradient n'est pas efficace pour filtrer le speckle. Nous établissons qu'il est possible d'intégrer le coefficient de variation dans l'écriture de l'EDP de la diffusion. Après une comparaison des coefficients de diffusion de la littérature, nous proposons un coefficient de diffusion combinant robustesse au speckle, filtrage des régions de réflectivité constante et conservation des structures de l'image. Ce modèle s'appuie sur une fonction de Tukey modifiée, sur une estimation locale du coefficient de variation et sur une évaluation robuste automatique du coefficient de variation global. Nous étudions les propriétés de respect du principe de causalité, conservation de l'énergie et discrétisation du modèle proposé. Les influences des fonctions d'étalement du point et de la distribution sont étudiées à l'aide de diverses images de synthèse. D'autres expérimentations sur des images de synthèse et échographiques réelles sont mises en œuvre. Nous évaluons la préservation des contours de l'image de synthèse à l'aide notamment de la figure du mérite de Pratt. Pour comparer les résultats sur les images réelles, nous considérons des statistiques globales et la détection de contours.

Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la modélisation du speckle et les techniques de son filtrage. Les filtres les plus performants s'appuient sur le coefficient de variation pour différencier les zones homogènes des contours. Cependant, quasiment toutes les techniques présentées comportent des inconvénients. Le bruit est lissé de manière isotrope sauf dans le voisinage des contours où le filtrage est passe-tout. En plus, la distinction entre bruit et contour est trop rigide ; l'ambiguïté sur la nature d'un pixel aboutit au mieux à un compromis entre filtre moyenneur et filtre passe-tout.

Il est communément admis que le pré-filtrage permet d'améliorer les résultats de la segmentation. Pourtant, dans le cadre des images échographiques affectées par du speckle, la diffusion anisotrope est souvent préférée aux filtres classiques (Lee, Frost, Kuan...). Ceci s'explique par le fait que cette technique est mieux adaptée : le lissage est contrôlé et progressif, isotrope dans les zones de réflectivité homogène et anisotrope sur les contours. Un de ses défauts est qu'elle se base sur la simple amplitude du gradient. Ce paramètre est insuffisant pour localiser les contours en présence de speckle.

Dans ce chapitre, nous concevons un filtre qui combine les avantages des filtres des images RSO, de la diffusion anisotrope et des statistiques robustes. Nous commençons par présenter le principe du traitement multi-échelle et celui de la diffusion. Nous montrons ensuite les limitations de ce modèle face à un bruit de type speckle. Puis nous présentons l'introduction du coefficient de variation dans l'EDP de la diffusion anisotrope. Nous démontrons la validité de cette construction. Nous détaillons alors notre première contribution : la méthode de diffusion robuste (nommée γ -diffusion) et l'estimation automatique de ses paramètres. Nous démontrons que l'estimation classique de Black du terme d'interception est utilisée de manière erronée, et nous proposons deux nouvelles estimations. Les caractéristiques de discrétisation, critère d'arrêt et conservation de l'énergie sont ensuite étudiées. La dernière section du chapitre est consacrée aux expérimentations et à la comparaison des performances, montrant ainsi la validité de la méthode proposée.

4.1 Etat de l'art

4.1.1 Diffusion anisotrope

4.1.1.1 L'analyse multi-échelle

Les objectifs des techniques d'approximation et ceux du filtrage du bruit sont très similaires dans le sens où les deux visent à produire, à partir d'une image, une version plus lisse et avec moins d'extrema locaux. Ce lissage et la simplification qui en découle amènent à la notion d'échelle. Une image contient de l'information à différents niveaux de détail, pour des objets de taille variable et à des échelles différentes. L'espace multi-échelle est constitué de l'ensemble des versions graduellement simplifiées de l'image originale. Cette représentation, appelée **multi-échelle**, permet via une analyse à différents niveaux d'obtenir des informations qui sont seulement implicites dans l'image de départ.

Ce domaine a fait l'objet d'une grande variété d'études. On peut classer ces travaux dans trois grands axes selon la représentation de l'échelle :

- représentation discrète : elle est étudiée sous la forme des *quad-tree* [Klinger, 1971; Tanimoto and Klinger, 1980] et sous la forme pyramidale [Burt, 1981; Crowley, 1981];
- représentation continue linéaire : parmi les travaux pionniers du domaine figurent [Koenderink, 1984; Yuille and Poggio, 1986; Babaud *et al.*, 1986; Lindeberg, 1990; Florack *et al.*, 1992; Alvarez *et al.*, 1993; Pauwels *et al.*, 1995; Florack, 1996; Nielsen *et al.*, 1997; Lindeberg, 1997]. Le traitement multi-échelle linéaire est présenté de manière développée dans les ouvrages de Weickert [Weickert, 1997; Weickert, 1998a];
- représentation continue non linéaire : le traitement multi-échelle non-linéaire englobe un ensemble de traitements d'image qui peuvent s'écrire sous la forme d'une équation aux dérivées partielles non linéaire. Parmi ces techniques se distinguent la diffusion anisotrope, la morphologie mathématique [Serra, 1982; Haralick *et al.*, 1987; Archaert *et al.*, 1993; Alvarez *et al.*, 1993; Brockett and Maragos, 1994; Heijmans, 1995; Jackway and Deriche, 1996; Noble, 1996] et les méthodes de courbes de niveaux [Malladi *et al.*, 1995; Sethian, 1996a; Zeng *et al.*, 1998; Falcone, 2001].

Définition :

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ l'image originale, nous appelons $\{T_t f | t \geq 0\}$, où $T_t f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, l'espace multi-échelle correspondant si les propriétés suivantes sont respectées :

1. Propriétés de structures : elles comprennent la *propriété des semi-groupes* (récursivité), la continuité de T_t et le principe de localité.

La propriété des semi-groupes s'énonce de la manière suivante :

- pour l'échelle $t = 0$ la représentation multi-échelle correspond à l'image f , $T_0 f = f$;
- pour les autres échelles :

$$T_{t+s} = T_t(T_s f) \quad \forall s, t \geq 0. \quad (4.1)$$

Le principe de localité signifie que pour un petit t la valeur de $T_t f$ en x est déterminée par le comportement de f aux alentours de x .

2. Propriété de stabilité : elle s'exprime de manière différente suivant les auteurs. Dans [Alvarez *et al.*, 1993] on parle de *principe de comparaison*

$$T_t f \leq T_t g \quad \forall t \geq 0, \forall f \leq g, \quad (4.2)$$

où $f \leq g \Leftrightarrow f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}^2$. Tandis que dans [Babaud *et al.*, 1986; Weickert, 1998a] on parle du *maximum-minimum* ou encore de *principe d'extremum*

$$\inf_{\mathbb{R}^2} f \leq T_t f \leq \sup_{\mathbb{R}^2} f. \quad (4.3)$$

Parfois on parle aussi de condition de causalité. De manière générale, cela exprime le fait que l'opérateur T_t doit uniquement réduire l'information. Il ne doit pas créer de faux détails qui ne sont pas présents dans l'image initiale.

3. Propriété d'invariance : deux régions de f superposables par une transformation rigide doivent avoir les mêmes représentations multi-échelles [Alvarez and Morel, 1994].

4.1.1.2 Le principe de la diffusion

Soient un espace physique et une quantité définie en tout point de cet espace (masse volumique, concentration ou quantité de chaleur). La diffusion est un phénomène qui équilibre les différences de cette quantité sans création ni destruction. En notant $u(p)$ la quantité au point p et ∇u le gradient de u , la diffusion se traduit par deux équations :

- La **loi de Fick** établit qu'une concentration de gradient ∇u crée un flux ψ visant à la compenser. Soit D le **coefficient de diffusion** (parfois appelé diffusivité), cette loi s'écrit :

$$\psi = -D \cdot \nabla u. \quad (4.4)$$

- L'**équation de la continuité** exprime que la masse peut être transportée, mais ni créée ni détruite :

$$\partial_t u = -\text{div}(\psi). \quad (4.5)$$

où $\partial_t u$ est la dérivée partielle de u par rapport au temps et $\text{div}()$ l'opérateur de divergence.

La combinaison de ces deux équations s'appelle l'**équation de diffusion** et s'écrit :

$$\partial_t u = \text{div}(D \cdot \nabla u). \quad (4.6)$$

où D est une matrice symétrique définie positive ou un scalaire. Notons que dans ce dernier cas, on peut aussi écrire D d'une manière matricielle (DI_2).

4.1.1.3 Diffusion et espace multi-échelle

Nous reprenons les notations de Alvarez et al. [Alvarez et al., 1993] pour établir le lien entre la représentation multi-échelle et la diffusion. Ces auteurs démontrent que tout espace multi-échelle est formé d'un ensemble d'images $I(x, y; t) = (T_t f)(x, y)$ solution d'une équation aux dérivées partielles (EDP) du second ordre

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F(\nabla^2 I, \nabla I, t), \quad (4.7)$$

où ∇ est l'opérateur gradient et ∇^2 est le Laplacien, qu'on écrit aussi Δ :

$$\Delta I = \nabla^2 I = \langle \nabla, \nabla I \rangle = \left(\frac{\partial^2 I}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 I}{\partial^2 y} \right). \quad (4.8)$$

En traitement d'images, on peut assimiler la concentration I au niveau de gris. La diffusion est alors liée au filtre Gaussien dans l'analyse multi-échelle. En effet, la convolution par un filtre Gaussien de noyau K_σ ,

$$K_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.9)$$

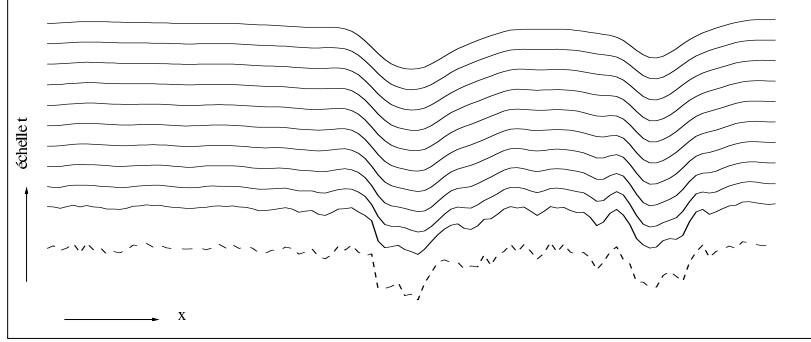


FIG. 4.1 – Représentation d'un espace multi-échelle gaussien, équivalent à une diffusion isotrope. La courbe inférieure correspond à la colonne 135 des lignes 40 à 150 de l'image Lena auquel un bruit blanc gaussien a été ajouté. Le paramètre de discrétisation de l'échelle est $\Delta t = 0.4$.

de variance σ , est équivalente à la solution de l'équation aux dérivées partielles (EDP) de la diffusion en 2 dimensions :

$$\frac{\partial}{\partial t} I(x, y; t) = \text{div}(D \cdot \nabla I(x, y; t)) \quad (4.10)$$

au temps $t = \frac{\sigma^2}{2}$, avec les conditions initiales $I(x, y; 0) = f$.

Lorsque D est une valeur constante, on retrouve l'équation de la diffusion classique de la chaleur. C'est une diffusion homogène et isotrope. La figure 4.1 présente un exemple d'espace multi-échelle unidimensionnel associé à la fonction gaussienne. La première courbe, en trait discontinu, correspond à la colonne 135 de l'image de "Lena" (Fig. 4.3) à laquelle on a ajouté un bruit blanc gaussien. Seules les lignes 40 à 150 sont représentées. Chaque courbe de la figure est la représentation de l'espace à une échelle t . Le pas de discrétisation de t est $\Delta t = 0.4$. La courbe la plus haute correspond donc à l'échelle $t = 4$. On peut remarquer le caractère homogène de la diffusion : l'intensité est lissée sur toute la courbe et les contours sont progressivement perdus.

Si D dépend de caractéristiques locales de l'image I , l'équation 4.10 décrit un filtre non linéaire. Selon la terminologie de Weickert [Weickert, 1998a] la diffusion ne peut être anisotrope que si D est une matrice. Dans le cas où c'est une fonction scalaire, il considère la diffusion hétérogène et isotrope. Krissian a démontré plus tard que cette terminologie était fausse et que la diffusion de Perona et Malik est bien anisotrope [Krissian, 2000]. Dans cette thèse, nous n'adoptons donc pas la terminologie de Weickert. Dans la suite de ce document, nous notons $c(x, y; t)$ un coefficient de diffusion scalaire pour le différencier d'un coefficient matriciel.

4.1.1.4 La diffusion non linéaire

A travers l'exemple précédent, nous avons vu que lorsque le coefficient de diffusion est constant, la diffusion ne permet pas de préserver les contours de l'image. Le véritable

emplacement à une échelle fine des contours n'est pas directement disponible dans les échelles plus grossières. En plus, les contours deviennent flous et se déplacent. Pour pallier ces problèmes, Perona et Malik ont introduit la diffusion non linéaire [Perona and Malik, 1990]. L'espace multi-échelle non linéaire doit satisfaire trois critères pour générer des **représentations sémantiquement correctes** :

- le **critère de causalité** vu précédemment (Eq. 4.1.1.1) ;
- le **critère de localisation immédiate** : les contours doivent être fins et correspondre avec les contours sémantiquement corrects de la définition donnée ;
- un **lissage intra-régions** plutôt qu'inter-régions.

Principe :

Pour satisfaire ces critères, les auteurs ont proposé d'adapter la diffusion aux propriétés locales de l'image en introduisant un coefficient de diffusion $c(x, y; t)$ dépendant à la fois de l'espace et du temps (c'est-à-dire de l'itération). Pour que le filtrage soit intra-régions, il est nécessaire de connaître les frontières à toutes les échelles. Il est évident que cette information n'est pas disponible *a priori* ; il faut donc utiliser un détecteur de contours. Dans leur modèle Perona et Malik utilisent un simple gradient de l'intensité de l'image, aboutissant néanmoins à des résultats appréciables. La diffusion non linéaire qui en découle s'écrit :

$$\partial_t I(x, y; t) = \text{div}(c(|\nabla I(x, y; t)|) \cdot \nabla I(x, y; t)), \quad (4.11)$$

où c est un coefficient de diffusion adaptatif, strictement décroissant et positif, avec :

- $c(0) = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow \infty} c(x) = 0$.

Perona et Malik proposent deux fonctions c répondant à ces critères :

$$c(x) = e^{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}, \text{ et} \quad (4.12)$$

$$c(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} \quad (4.13)$$

où σ est un facteur d'échelle pour l'amplitude du gradient. L'amplitude du flux $|\psi(x)| = x \cdot c(x)$ est :

- strictement croissante pour $x < \sigma$. Le pixel est considéré dans une zone homogène ;
- strictement décroissante pour $x > \sigma$. Le pixel est considéré sur un contour.

Toutefois ce n'est pas une distinction franche, mais plutôt un détecteur flou : les pixels dont la valeur du gradient est légèrement différente de σ ne sont pas diffusés de manières radicalement différentes ; ce n'est qu'au bout d'un nombre conséquent d'itérations que la différence se révèle. Perona et Malik [Perona and Malik, 1990] démontrent aussi que la version discrète de leur équation respecte le principe du *maximum-minimum*.

Exemples :

La figure 4.2 présente un exemple d'espace multi-échelle unidimensionnel associé à la diffusion anisotrope de Perona et Malik. La première courbe, tracée en trait discontinu, est

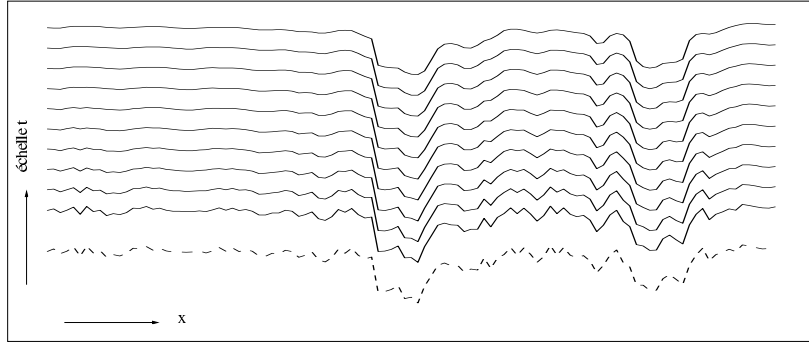


FIG. 4.2 – Représentation d'un espace multi-échelle non linéaire, basé sur la diffusion anisotrope de Perona-Malik. La courbe inférieure est la même que celle de la figure 4.1. Les paramètres de diffusion sont $\sigma = 25$ et $\lambda = 0.1$. Le paramètre de discrétisation de l'échelle est $\Delta t = 0.4$.

la même courbe initiale que celle de la figure 4.1. Cette fois les contours d'amplitude importante ($|\nabla I| > \sigma$) sont préservés alors que ceux d'amplitude plus faible sont lissés : la diffusion est hétérogène. Notons toutefois que même s'ils sont diffusés plus lentement, les contours sont tous complètement lissés en un temps fini (Annexe 7.2.1).

Cependant les résultats de la détection de contours sont meilleurs que ceux du filtre de Canny. La diffusion non linéaire produit donc des contours fins, conserve la connexité des contours et se formule simplement. D'autres champs d'application sont la restauration d'images et la segmentation. Perona et Malik comparent leur filtre aux approches variationnelles [Blake and Zisserman, 1987; Mumford and Shah, 1989] et montrent que la diffusion non linéaire peut être vue comme la descente du gradient d'une minimisation de fonctionnelle d'énergie.

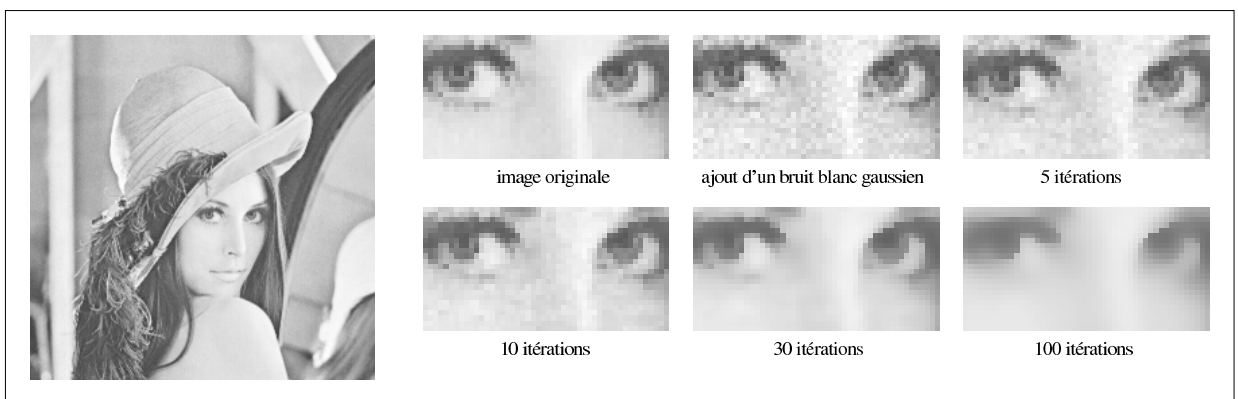


FIG. 4.3 – Filtrage anisotrope de l'image *Lena*. Un bruit blanc gaussien est ajouté. Le filtrage utilise la méthode de Perona et Malik avec $\sigma = 25$ et $\lambda = 0.1$. Nous présentons les résultats obtenus après 5, 10, 30 et 100 itérations.

La figure 4.3 montre un exemple de la diffusion non-linéaire de Perona-Malik. L'image originale est celle de *Lena*. On ajoute un bruit additif gaussien blanc. Les résultats sont présentés pour 0 (image bruitée), 5, 10, 30 et 100 itérations. Les paramètres utilisés sont $\sigma = 25$ et $\lambda = 0.1$.

Nous pouvons faire les observations suivantes :

- après 5 itérations le bruit n'est pratiquement pas filtré ;
- après 10 et 30 itérations le bruit est filtré et l'image se rapproche de l'image originale en plus flou ;
- après 100 itérations le bruit disparaît mais l'image devient trop floue.

Le problème du critère d'arrêt est soulevé : quelle est l'itération apportant le meilleur compromis entre filtrage du bruit et préservation des contours ? Cette question est abordée dans la section 4.2.1.7.

Extensions :

Les publications qui ont suivi l'article initial de Perona et Malik sont très nombreuses. La meilleure étude dans le domaine demeure celle de Weickert [Weickert, 1998a], à laquelle nous renvoyons le lecteur pour les multiples références qui ne sont pas toutes reprises ici. Nous nous limitons à quelques contributions majeures dans les prochains paragraphes.

Catté, Lions, Morel et Coll [Catté et al., 1992] considèrent que le modèle continu de Perona et Malik est mal posé. La définition couramment adoptée d'un **problème bien posé** est celle donnée par Hadamard. *Un problème est dit bien posé si et seulement si une solution unique existe et qu'elle dépend des données d'entrée de manière continue.* Dans le modèle de Perona et Malik deux images très similaires peuvent produire des solutions divergentes et donc des contours très différents. Cela provient du fait que la diffusivité c utilisée dans [Perona and Malik, 1990] conduit à un flux $x \cdot c(x)$ décroissant pour certaines valeurs de x ; le modèle se comporte alors comme l'équation inverse de la chaleur, connue pour être mal posée, pouvant créer rapidement des singularités. Toutefois Catté et al. [Catté et al., 1992], et Weickert et Benhamouda remarquent que la discrétisation amène une régularisation en introduisant une diffusion implicite dans le modèle [Weickert and Benhamouda, 1997]. Le filtre est donc généralement stable ; la seule instabilité constatée est l'effet d'escalier.

Pour résoudre le problème d'instabilité dans le domaine continu, Catté et al. proposent un nouveau modèle dont le seul changement est de remplacer le gradient $|\nabla I|$ de l'équation (4.11) par son estimation $|\nabla G_\sigma * I|$ où G_σ représente n'importe quel noyau de lissage. Le gaussien est un exemple classique de ce genre de noyau. Grâce à cette simple modification, ils démontrent l'existence et l'unicité de la solution pour tout $\sigma > 0$. La nouvelle équation se formule ainsi :

$$\partial_t I(x, y; t) = \operatorname{div}(c(|\nabla I_\sigma(x, y; t)|) \cdot \nabla I(x, y; t)). \quad (4.14)$$

L'autre problème du modèle de Perona et Malik, posé aussi pour le modèle de Catté et al., est que la diffusion isotrope est quasiment absente sur les contours francs. Cela permet de conserver l'information importante, mais aussi le bruit. Une solution est apportée par les filtres anisotropes à tenseur matriciel où le flux ψ n'est en général pas parallèle au

gradient de l'image. Ces filtres ont été étudiés en profondeur par Weickert [Weickert, 1996; Weickert, 1998a; Weickert, 1999a; Weickert, 1999b].

4.1.1.5 Limitations des diffusions non linéaires classiques

Ces filtres de diffusion donnent de bons résultats dans le cadre d'images affectées par un bruit additif. Ce n'est pas le cas pour des images échographiques, où le speckle est inhérent. Nous avons vu dans le chapitre 3 que le speckle peut être assimilé à un bruit multiplicatif; nous avons présenté les filtres de la littérature adaptés à son filtrage. Nous montrons ici les limitations des modèles de diffusion non linéaire face à ce phénomène.

La figure 4.4 montre un exemple de la diffusion de Perona et Malik sur une image échographique. Le résultat est présenté pour trois valeurs du paramètre σ . Comme préconisé dans [Black et al., 1998], la valeur σ est calculée à partir de la déviation absolue de la médiane (MAD) du gradient de l'image :

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{2}(1.4826 \text{ MAD}(\nabla I)) \\ &= \sqrt{2}(1.4826 \text{ med}_I(|\nabla I - \text{med}_I(|\nabla I|)|))).\end{aligned}\quad (4.15)$$

Les deux autres valeurs correspondent à $\sigma_{\text{bas}} = \sigma/2$ et $\sigma_{\text{haut}} = 2\sigma$; ils mettent en valeur la sensibilité du paramétrage. Les résultats correspondent aux itérations 10, 30, et 500.

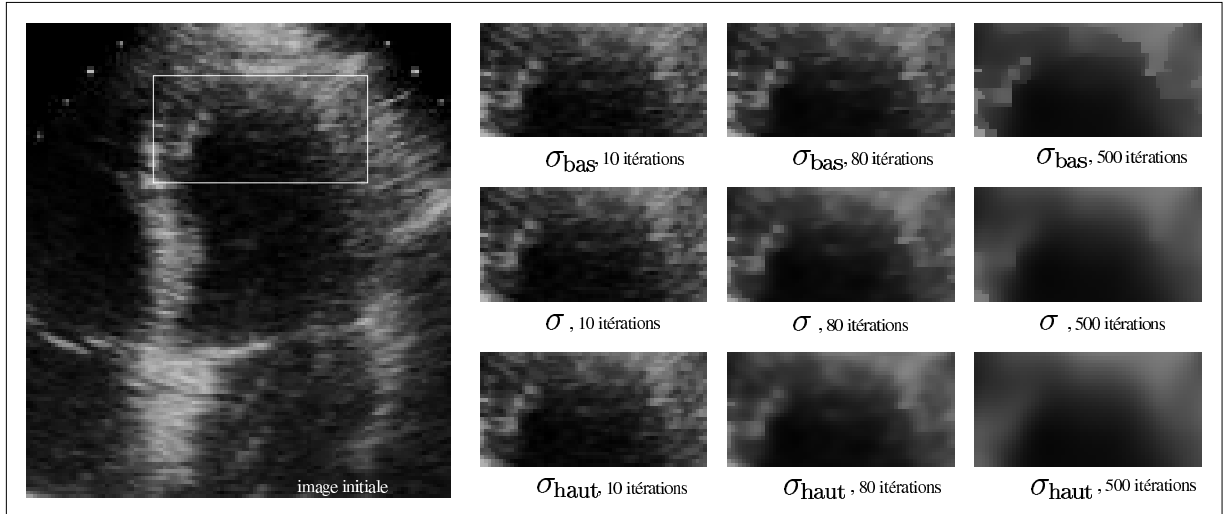


FIG. 4.4 – Exemple de diffusion classique face au speckle : Diffusion de Perona et Malik

Pour l'image initiale la valeur estimée de σ est 16.49. Les autres valeurs utilisées sont $\sigma_{\text{bas}} = 8.25$ et $\sigma_{\text{haut}} = 33$. Le pas d'itération est $\lambda = 0.05$. Après 10 itérations, l'image n'est quasiment pas diffusée et l'influence du paramètre σ n'est pas visible. Elle commence à l'être après 80 itérations où on peut observer qu'il n'est pas possible de diffuser les zones homogènes tout en respectant les contours. Le speckle crée des variations brutales et non régulières de l'intensité. Au bout de 500 itérations, soit l'image est complètement floue soit des contours rectilignes parasites apparaissent.

Les filtres que nous venons de présenter reposent tous sur des versions (lissées ou non) de l'amplitude du gradient. Or cette statistique n'est pas suffisante pour déterminer si un pixel appartient à un contour dans une image contenant du speckle. En effet,

- lorsque la valeur du seuil de détection est basse, les variations subites importantes créées par le speckle dans les zones claires sont détectées comme des contours ;
- lorsque la valeur du seuil est haute, les contours dans les zones sombres sont lissés et les structures de l'image perdues.

4.1.2 Coefficient de variation local et diffusion anisotrope

Les filtres adaptés au speckle, comme ceux de Lee, Frost, Kuan, leurs versions modifiées ainsi que le filtre Gama MAP reposent sur le coefficient de variation (CV) (Chap. 3). Nous considérons ici l'adaptation du coefficient de variation dans le cadre de la diffusion anisotrope.

Rappelons que le coefficient de variation global se calcule sur une zone homogène et qu'il est donné par l'expression :

$$\mathcal{G}^2 = \frac{\text{var}(I)}{\bar{I}^2}. \quad (4.16)$$

Son estimation locale dans une fenêtre centrée sur un pixel s est :

$$\gamma^2(s) = \frac{1}{|\eta_s|} \sum_{p \in \eta_s} \frac{(I_p - \bar{I}_s)^2}{\bar{I}_s^2} \quad (4.17)$$

où η_s est le voisinage de s . \bar{I}_s est la valeur moyenne de l'intensité des pixels de η_s .

Rappelons aussi (Chap. 3) que les filtres classiques de speckle ont trois types de réponses à l'amplitude du CV local.

- si le CV local est en dessous d'un seuil bas, le filtre se comporte comme un filtre moyennneur ;
- si le CV local est au dessus d'un seuil haut, le filtre laisse le pixel courant inchangé ;
- quand le CV local se situe entre les deux seuils, le filtre établit un équilibre entre le filtre moyennneur et le filtre passe-tout.

Bien que ces filtres préservent les contours et les éléments de l'image, ils ne sont pas sans défaut :

- ils sont très sensibles à la taille et la forme de la fenêtre de filtrage. Lorsque la fenêtre est trop grande, les contours sont trop lissés ; et lorsque la fenêtre est trop petite de faux contours sont détectés et le speckle est inchangé ;
- ils n'améliorent pas les contours ; au mieux ils les laissent inchangés ;
- ils ne sont pas directionnels ; dans le voisinage des contours aucun filtrage n'est effectué, alors qu'un filtrage parallèle au contour serait envisageable.
- la distinction entre pixels d'une région homogène et ceux d'un contour est trop nette : une classification plus continue est souhaitable.

4.1.2.1 Premier lien entre diffusion et coefficient de variation

Yu et Acton [Yu and Acton, 2002] sont les premiers à utiliser le coefficient de variation dans la diffusion anisotrope. Leur méthode sera désignée, dans la suite de ce document, méthode ou filtre de Yu.

Posons \mathcal{G}^0 le CV global de l'image initiale. Vu que l'image est lissée, il est nécessaire de corriger sa valeur à chaque itération. Les auteurs proposent de modéliser la diminution du CV global de la manière suivante :

$$\mathcal{G}(t) = \mathcal{G}^0 e^{-\rho t} \quad (4.18)$$

où ρ ($\rho < 1$) permet de fixer la rapidité de descente du CV global. Ils fixent $\rho = 1/6$ et $\mathcal{G}^0 = 1$ pour les images échographiques. Cela suppose un speckle pleinement développé. Dans un article récent [Yu and Acton, 2004], ils évaluent \mathcal{G}^0 à l'aide de la déviation absolue de la médiane (MAD pour median absolute deviation) comme le propose Black [Black et al., 1998].

Les auteurs proposent les coefficients de diffusion suivants :

$$c(i, j; t) = \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2(i, j; t) - \mathcal{G}^2(t)}{\mathcal{G}^2(t)(1 + \mathcal{G}^2(t))}}, \quad (4.19)$$

et

$$c(i, j; t) = \exp \left(-\frac{\gamma^2(i, j; t) - \mathcal{G}^2(t)}{\mathcal{G}^2(t)(1 + \mathcal{G}^2(t))} \right). \quad (4.20)$$

où $\gamma(i, j; t)$ est le CV local au pixel (i, j) à l'itération t avec une 4-connexité.

Pour leurs expérimentations, ils utilisent exclusivement le premier coefficient.

4.1.2.2 Analyse de la méthode de Yu

Comportement du filtre :

Les deux coefficients de diffusion (Eq. 4.19 et 4.20) sont une adaptation de ceux proposés par Perona et Malik (Eq. 4.12 et 4.13). En effet, en posant :

$$k(i, j; t) = \frac{\frac{\gamma^2(i, j; t)}{\mathcal{G}^2(t)} - 1}{1 + \mathcal{G}^2(t)}, \quad (4.21)$$

nous pouvons écrire les deux coefficients respectivement :

$$c(i, j; t) = \frac{1}{1 + k(i, j; t)}, \text{ et} \quad (4.22)$$

$$c(i, j; t) = e^{-k(i, j; t)} \quad (4.23)$$

avec $k \in \mathbb{R}^+$.

Ce gain k est une adaptation du gain de Kuan [Kuan *et al.*, 1985] présenté dans l'équation 3.14. L'inversion du rapport $\frac{\mathcal{G}(t)^2}{\gamma(i,j;t)^2}$ permet d'obtenir théoriquement (cf. paragraphe suivant) $k \geq 1$ plutôt que $k \in [0, 1]$ pour la version de Kuan.

Etant donné ces remarques, nous constatons que le filtre de Yu se comporte de la manière suivante ;

- quand le CV local est proche du CV global ; le gain k est faible et $c(i, j; t) \approx 1$;
- quand le CV local est beaucoup plus grand que le CV global, le gain est de forte amplitude, diminuant ainsi la valeur du coefficient de diffusion.

Limitations :

Nous montrons dans cette section que le filtre de Yu présente plusieurs limitations.

(a) Principe de causalité

Propriété :

Le filtre de Yu ne respecte pas le critère de causalité des espaces multi-échelles sémantiquement corrects (Sec. 4.1.1.4).

Preuve :

Le coefficient de variation local doit théoriquement être supérieur ou égal au coefficient de variation global. En pratique, cette condition n'est pas toujours vérifiée. En effet :

- vu la difficulté de sélectionner une région de réflectivité homogène pour estimer \mathcal{G}^0 , il est arbitrairement fixé à 1 [Yu and Acton, 2002] ou estimé à partir de la déviation absolue de la médiane [Yu and Acton, 2004]. Yu utilise alors l'équation (4.18) pour réévaluer \mathcal{G} à chaque itération. Ce processus ne garantit pas que $\gamma \gg \mathcal{G}$.
- le speckle n'étant pas homogène, les estimations de \mathcal{G} sur deux régions de réflectivité homogène ne sont pas nécessairement identiques. De plus γ peut être très bas du fait de son estimation sur une 4-connexité.

Le filtre de Yu peut être écrit sous la forme :

$$c(i, j; t) = \frac{\mathcal{G}^4(t) + \mathcal{G}^2(t)}{\mathcal{G}^4(t) + \gamma^2(i, j; t)}. \quad (4.24)$$

Lorsque $\gamma < \mathcal{G}$, $c(i, j; t) > 1$. Cette situation peut se retrouver sur une grande partie de l'image. Ce coefficient de diffusion ne respecte donc pas le principe du *maximum-minimum*.

(b) Non conservation de l'énergie

Lorsque le coefficient de diffusion dépasse l'unité, la saturation de l'intensité induit une perte ou une augmentation d'énergie totale. La figure 4.5 illustre ce phénomène pour le cas d'une saturation qui engendre une augmentation globale de l'énergie. La conservation de l'énergie repose notamment sur le respect du *maximum-minimum* et n'est donc pas vérifiée.

(c) Autres limitations

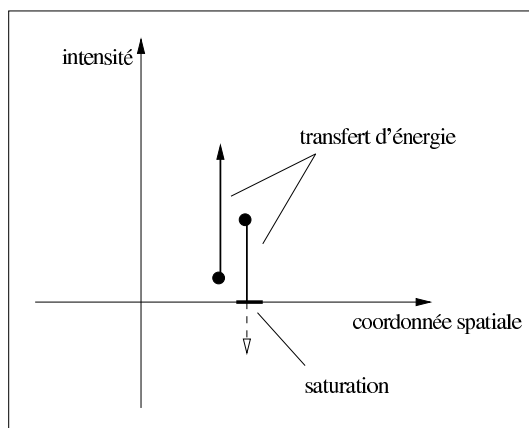


FIG. 4.5 – Saturation de l'intensité lors d'un transfert d'énergie quand le coefficient de diffusion est supérieur à un.

Le modèle de Yu présente d'autres limitations :

- le CV global \mathcal{G} est mal estimé. Quand il n'est pas fixé à 1, il est évalué par l'estimateur proposé par Black. Nous démontrons en section 4.2.1.6 que cet estimateur est utilisé de manière erronée ;
- le filtre supprime les structures importantes de l'image et de l'information nécessaire pour leur interprétation (Fig. 4.6) ;
- le coefficient de diffusion *tend vers 0* sans l'atteindre. Par conséquent, tous les contours même les plus importants sont diffusés.

La figure 4.6 montre un exemple de diffusion par la méthode de Yu. L'image initiale est une échocardiographie d'un fœtus de 12 semaines. Les ventricules ne paraissent pas symétriques. Le ventricule droit apparaît plus petit en raison des trabéculations nombreuses au niveau de la pointe. Les résultats sont présentés après 5, 40, 80, 150 et 1000 itérations, pour $\mathcal{G}^0 = 1$, $\rho = \frac{1}{6}$. Un agrandissement sur le ventricule droit est présenté pour l'image originale et pour l'itération 1000.

Les résultats sont intéressants ; les contours sont lisses et la dernière image est quasiment constante par morceaux. Cependant, on remarque que les structures des parois sont diffusées et élargies. Les structures visibles dans l'agrandissement sont diffusées et fusionnées entre régions adjacentes. On constate enfin que la surface interne de l'oreillette droite a diminuée.

Pour améliorer ce modèle, il faut construire une filtre qui :

- respecte les critères d'espace multi-échelle sémantiquement correct ;
- ne modifie pas les structures de l'image ;
- s'appuie sur une meilleure estimation de \mathcal{G} ;
- respecte le principe de conservation de l'énergie ;

Dans la prochaine section nous développons un nouveau modèle qui vise à répondre à ces exigences.

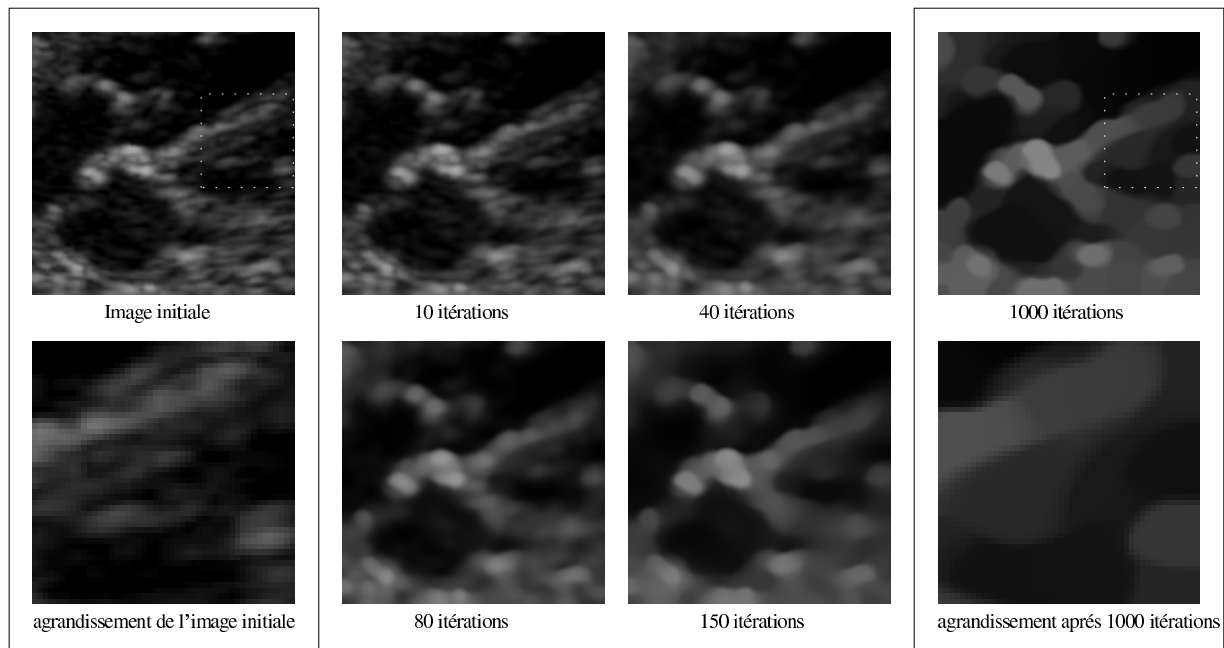


FIG. 4.6 – Filtre de Yu appliquée à une image échocardiographique d’un fœtus de 12 semaines, pour $q_0 = 1$, $\rho = 1/6$, après 10, 40, 80, 150 et 1000 itérations.

4.2 Modélisation

Nous présentons ici un nouveau coefficient de diffusion anisotrope adapté au speckle. Nous revenons d’abord sur le lien entre diffusion anisotrope et estimation robuste d’une image constante par morceaux. Nous comparons ensuite l’influence des coefficients de diffusion de la littérature en faisant abstraction de la nature du paramètre d’entrée. Nous démontrons que le coefficient de variation local peut être utilisé comme paramètre dans l’EDP de la diffusion anisotrope. Nous présentons notre coefficient de diffusion, ses paramètres, ainsi que leur estimation automatique. Nous démontrons que l’estimation classique du terme d’interception de l’amplitude du gradient, proposée par Black [Black *et al.*, 1998], est erronée. Nous établissons alors la version discrète de l’EDP de diffusion associée à notre coefficient de diffusion ; nous discutons les propriétés de respect de critère de causalité et de conservation de l’énergie.

4.2.1 Présentation

4.2.1.1 Estimation robuste et diffusion anisotrope

Il est possible d’établir un lien entre les statistiques robustes et la diffusion anisotrope [You *et al.*, 1996; Black *et al.*, 1998]. En effet, la diffusion anisotrope peut être perçue comme un problème d’estimation d’une image constante par morceaux à partir d’une image bruitée.

En se plaçant dans le domaine continu, le problème d'estimation robuste s'écrit :

$$\min_I E(I) = \min_I \left(\int_{\Omega} \rho(|\nabla I|, \sigma) d\Omega \right) \quad (4.25)$$

où $\rho(\cdot)$ est une **fonction d'erreur robuste** et σ un paramètre proportionnel au **terme d'interception**. Ce terme représente la valeur au-delà de laquelle $|\nabla I|$ est considéré aberrant. Soit s un pixel d'intensité I_s . Pour minimiser l'énergie (eq. 4.25), l'intensité du voisinage de s doit être proche de I_s . Le choix de la fonction d'erreur permet de diminuer l'impact des points aberrants ayant un gradient fort, notamment aux frontières entre les régions.

En utilisant la variation de Gateaux [Smith, 1985] et le théorème de Green, on peut écrire [You et al., 1996] le gradient de l'énergie comme :

$$\nabla E(I) = -\text{div} \left(\rho'(|\nabla I|) \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (4.26)$$

A la manière de la descente de la plus grande pente, on peut donc minimiser l'énergie $E(I)$ en se déplaçant dans la direction opposée au gradient ; ce qui s'écrit par l'EDP suivante :

$$\begin{aligned} \partial_t u &= -\nabla E(I) \\ &= \text{div} \left[\rho'(|\nabla I|) \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right]. \end{aligned} \quad (4.27)$$

On reconnaît ici l'EDP de la diffusion anisotrope. La relation qui lie le coefficient de diffusion et la fonction d'erreur basée sur l'amplitude du gradient s'écrit [You et al., 1996; Black et al., 1998] :

$$\rho'(x) = c(x) x. \quad (4.28)$$

Ce pont entre coefficient de diffusion et fonction d'erreur robuste permet le développement d'un grand nombre de modèles de diffusion. Dans [Black et al., 1998] le modèle classique de la diffusion anisotrope est rendu plus robuste grâce à l'utilisation d'un coefficient de diffusion adapté de la fonction de Tukey. Il s'écrit :

$$c(x, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 - (\frac{x}{\sigma})^2]^2 & \text{si } x \leq \sigma, \\ 0 & \text{sinon ;} \end{cases} \quad (4.29)$$

où σ est proportionnel au terme d'interception de l'amplitude du gradient de l'intensité : au-delà de cette valeur les points ne sont pas diffusés.

4.2.1.2 Comparaison des coefficients de diffusion et analyse du comportement aux limites

Dans cette section, nous analysons les différents coefficients de diffusion de la littérature sans tenir compte de la nature du paramètre d'entrée. Notre intérêt se porte sur le comportement des coefficients de diffusion dans les zones homogènes, près des contours et sur les contours.

Label	coefficient de diffusion	fonction associée
Perona1	$c(x) = \exp^{-(\frac{x}{\sigma})^2}$	Leclerc
Perona2	$c(x) = \frac{1}{1+(\frac{x}{\sigma})^2}$	Lorentz
Weickert	$c(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left(\frac{-c_m}{(x/\sigma)^m}\right) & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$	-
Charbonnier	$c(x) = \left(1 + \frac{x^2}{\sigma^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$	-
Black	$c(x) = \begin{cases} [1 - (\frac{x}{\sigma})^2]^2 & \text{si } x \leq \sigma, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$	Tukey

FIG. 4.7 – Coefficients de diffusion.

Nous étudions le comportement de cinq modèles. Nous les appelons par le nom de l'auteur qui les a utilisé pour la première fois dans le cadre de la diffusion. Le tableau 4.7 donne les équations des fonctions en question.

Les deux premiers coefficients de diffusion sont ceux définis par Perona et Malik (eq. 4.12 et 4.13). Le lien entre les fonctions robustes et les coefficients de diffusion (eq. 4.28) permet de les identifier comme correspondants aux fonctions d'erreur de Lorentz et de Leclerc [Black *et al.*, 1998].

Ensuite vient un des coefficients de diffusion scalaire de Weickert [Weickert, 1997], où c_m est choisi de manière à ce que le flux $x \cdot c(x)$ soit croissant pour $x < \sigma$ et décroissant pour $x > \sigma$. Pour l'expérimentation et les comparaisons, nous posons $m = 4$, donnant $c_m = 3.31$.

Charbonnier et al. ont proposé d'utiliser des fonctions convexes pour éviter l'instabilité des diffusions arrières [Blanc-Feraud *et al.*, 1995]. Le quatrième coefficient de diffusion est l'une de ces fonctions.

La dernière fonction est l'adaptation par Black de la fonction robuste de Tukey à la diffusion anisotrope [Black *et al.*, 1998].

Notons que les deux coefficients de Yu ne sont pas réanalysés ici car ils ont la même forme que les deux coefficients de Perona.

Les courbes

La figure 4.8 montre les courbes associées à chaque fonction ainsi que la fonction $x \cdot c(x)$ correspondante. L'amplitude des coefficients de diffusion est normalisée pour pouvoir les comparer.

Pour des valeurs faibles de x , Perona1, Perona2, Charbonnier et Black se comportent

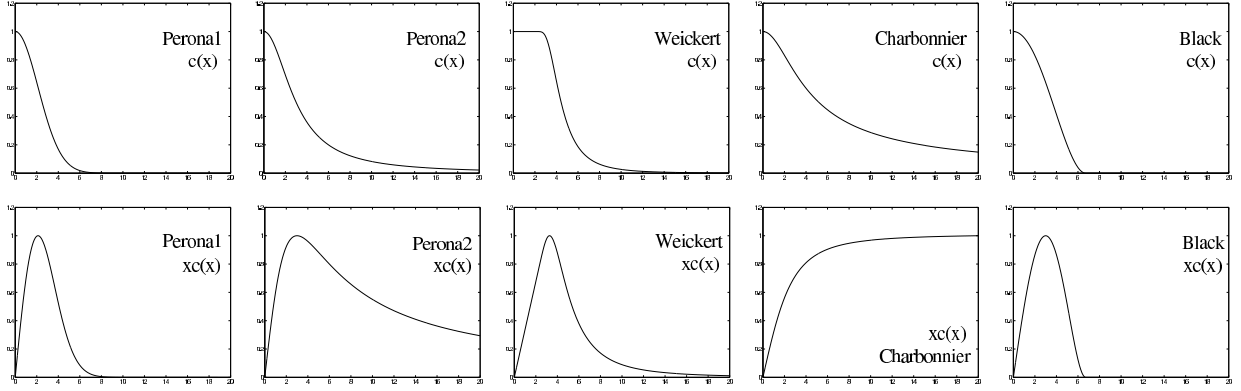


FIG. 4.8 – Comparaison des coefficients de diffusion

relativement de la même manière. Le coefficient de diffusion de Weickert est quasiment constant pour $0 \leq x < \sigma$.

Lorsque x augmente tous les modèles tendent vers 0. Cependant seul celui de Black atteint réellement cette valeur. Cela signifie qu'avec tous les autres, la diffusion ne s'arrête jamais totalement. Un contour même très marqué est diffusé vers ses voisins. Pour une infinité d'itérations, l'image devient complètement lisse, de valeur égale à la moyenne de l'image initiale. Seul le coefficient de diffusion de Black permet de conserver une image lisse par morceaux si l'amplitude des contours dépasse le seuil σ .

Les modèles diffèrent ensuite par leur vitesse de décroissance, ou leur concavité dans le cas de Charbonnier. Le coefficient de diffusion correspondant à la fonction de Tukey semble le mieux adapté pour conserver les contours. La section suivante montre l'adaptation de cette fonction pour proposer un nouveau coefficient de diffusion qui répond à l'exigence du respect des structures.

4.2.1.3 Le coefficient de diffusion proposé

La fonction de Tukey permet de fixer une limite précise à partir de laquelle on considère les valeurs aberrantes. Nous posons $\gamma(i, j; t)$ la valeur du CV local au point (i, j) , et γ_s un seuil proportionnel au terme d'interception de γ , défini en section 4.2.1.6. Le coefficient de diffusion que nous proposons s'écrit :

$$c(\gamma)_{i,j} = \begin{cases} \left[1 - \frac{\gamma^2(i,j;t)}{\gamma_s^2(t)}\right]^2 & \text{si } \gamma(i, j; t) \leq \gamma_s(t), \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.30)$$

Le paramètre γ_s est le seuil à partir duquel les contours sont préservés. Ce paramètre est réévalué à chaque itération, à la différence des modèles classiques où le paramètre σ est fixé au début de l'algorithme.

Paramètres et diffusions :

Les paramètres nécessaires à l'établissement du nouveau coefficient sont :

- γ_e est le seuil au-delà duquel un pixel est considéré sur un contour (Sec. 4.2.1.6) ;
- γ_s est le seuil au-delà duquel la diffusion est complètement stoppée.

Le paramètre γ_s s'obtient en fonction du paramètre γ_e . Posons $|\Psi(i, j; t)| = c(i, j; t)|\nabla I(i, j; t)|$ le flux de la diffusion. Nous désirons que $\Psi'(i, j; t) > 0$ lorsque le pixel $(i, j; t)$ est sur une zone homogène et que $\Psi'(i, j; t) < 0$ lorsqu'il est sur un contour. Nous en concluons que lorsque $\gamma = \gamma_e$, la fonction Ψ' s'annule et la fonction $|\Psi|$ est maximale. Il n'est cependant pas possible de déterminer le maximum de $|\Psi|$ uniquement en fonction du CV local car cette fonction dépend aussi du gradient de l'intensité. Pour déterminer γ_s nous faisons la supposition que $|\Psi|$ est maximum lorsque $\gamma c(\gamma)$ est maximum :

$$\gamma_e = \underset{\gamma}{\operatorname{argmax}}(\gamma c(\gamma)). \quad (4.31)$$

En posant $\Gamma = \frac{\gamma}{\gamma_s}$, la recherche du maximum peut s'écrire :

$$[\Gamma(1 - \Gamma^2)^2]' = 0 \quad (4.32)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \Gamma^2)^2 - 4\Gamma^2(1 - \Gamma^2) = 0 \quad (4.33)$$

$$\stackrel{\Gamma^2 \neq 1}{\Leftrightarrow} 1 - 5\Gamma^2 = 0 \quad (4.34)$$

$$\Leftrightarrow \gamma = \frac{\gamma_s}{\sqrt{5}} \quad (4.35)$$

avec $\Gamma^2 \neq 1$, puisque cette solution correspond à $\Psi = 0$ qui n'est pas maximum. On obtient finalement que $\gamma_s = \sqrt{5}\gamma_e$.

L'évaluation du coefficient proposé nécessite une estimation discrète de γ . Nous présentons cette estimation dans la section suivante. Nous établissons alors l'équation discrète de l'évolution de la diffusion issue du nouveau coefficient et appelée ci-après **γ -diffusion**. Puis, nous montrons qu'il est légitime d'utiliser le CV local pour résoudre l'EDP de la diffusion. Nous présentons ensuite l'estimation automatique robuste du terme d'interception du coefficient de variation local (γ_e).

4.2.1.4 Estimation discrète du coefficient de variation local

Pour utiliser le CV local dans l'EDP de la diffusion, il faut en calculer une version discrète. On commence par exprimer la valeur moyenne locale de l'intensité et la moyenne locale du carré de l'intensité en fonction du laplacien, calculé sur le voisinage η_s (4 ou 8-connexité), comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{I}_s &= I_s + \bar{I}_s - I_s \\ &= I_s + \frac{1}{|\eta_s|} \sum_{p \in \eta_s} (I_p - I_s) \\ &= I_s + \frac{1}{|\eta_s|} \nabla^2 I_s \end{aligned} \quad (4.36)$$

De la même manière :

$$\overline{I^2}_s = I_s^2 + \frac{1}{|\eta_s|} \nabla^2 I_s^2 \quad (4.37)$$

On peut ensuite substituer ces deux expressions dans l'équation 4.17, on obtient :

$$\gamma^2(i, j; t) = \frac{\frac{1}{|\eta_s|} \sum_{p \in \eta_s} (I_p - \bar{I}_s)^2}{(\bar{I}_s)^2} \quad (4.38)$$

$$= \frac{(\overline{I_s^2}) - (\bar{I}_s)^2}{(\bar{I}_s)^2} \quad (4.39)$$

$$= \frac{(I_s^2 + \frac{1}{|\eta_s|} \nabla^2 I_s^2)}{(I_s + \frac{1}{|\eta_s|} \nabla^2 I_s)^2} - 1 \quad (4.40)$$

avec les notations suivantes :

- $s = (i, j)$ le pixel central ;
- η_s un voisinage de s ;
- $|\eta_s|$ le cardinal de η_s ;
- \bar{I}_s la moyenne des intensités des pixels de η_s .

Le laplacien d'un produit de variables se calcule comme :

$$\nabla^2(fg) = (\nabla^2 f)g + 2(\nabla f) \cdot (\nabla g) + f\nabla^2 g \quad (4.41)$$

En appliquant ce développement à $\nabla^2(I^2)$, on peut réécrire l'équation 4.40 de la manière suivante :

$$\gamma^2(i, j; t) = \frac{2|\eta_s| |\nabla I_s|^2 - (\nabla^2 I_s)^2}{[|\eta_s| I_s + \nabla^2 I_s]^2}, \quad (4.42)$$

cela permet d'écrire le coefficient de variation comme une combinaison entre le gradient et le laplacien de l'image au point (i, j) . On peut écrire l'EDP de la γ -diffusion de la manière suivante :

$$\partial_t I(x, y; t) = \text{div}[c(\gamma(x, y; t)) \nabla I(x, y; t)] \quad (4.43)$$

avec les conditions suivantes :

$$I(x, y; 0) = I_0(x, y) \quad (4.44)$$

$$\partial_{\vec{n}} I(x, y; t) = 0, \quad \forall (x, y) \in \partial\Omega, \quad (4.45)$$

où $\partial\Omega$ représente le bord du domaine Ω de l'image. \vec{n} est le vecteur normal sortant de $\partial\Omega$.

L'équation discrète d'évolution correspondante se formule :

$$I(i, j; t + \Delta t) = I(i, j; t) + \frac{\Delta t}{|\eta_s|} \text{div}[c(\gamma(i, j; t)) \nabla I(i, j; t)]. \quad (4.46)$$

4.2.1.5 Légimité de l'utilisation du coefficient de variation

Rappelons que l'estimation robuste d'une image constante par morceaux est basée sur une minimisation d'énergie. Cette énergie caractérise l'éloignement entre l'image courante

et une image lisse par morceaux. Elle est généralement basée sur le gradient de l'intensité, dont l'amplitude est faible dans les régions homogènes et élevée sur les contours. Lorsque le gradient d'un voisinage diminue, l'énergie diminue.

Le coefficient de diffusion que nous proposons n'est pas directement comparable aux autres fonctions de la littérature puisque le paramètre d'entrée γ correspond à une mesure différente, et que le paramètre $\gamma_s(t)$ est une fonction décroissante dans le temps. Nous établissons ici la légitimité de ces paramètres.

Pour générer des représentations sémantiquement correctes, nous avons vu en section 4.1.1.4 qu'un espace multi-échelle non linéaire doit satisfaire trois critères. Nous les vérifions ici pour la γ -diffusion :

- **principe de causalité** ou encore principe du *maximum-minimum* : démontré explicitement dans la section 4.2.3.1 ;
- **principe de localisation immédiate**. L'utilisation du coefficient de variation permet d'améliorer la précision des modèles existants. Son utilisation comme détecteur de contours dans des images contenant du speckle est à la base du filtrage des images RSO. Nous avons montré en section 3.1.3, qu'il est plus efficace pour localiser les contours que le gradient de l'intensité ;
- **favorisation du lissage intra-régions**. Le CV local est le rapport entre la variance et la moyenne d'un voisinage donné (eq.3.4). Nous avons montré (Sec. 3.1.2) que dans le cas d'un bruit multiplicatif il peut s'écrire comme :

$$\gamma^2(i, j; t) = \underbrace{\frac{\text{var}(n)E(R)^2}{E(Rn)^2}}_{\text{CV global}} + \text{var}(R) \frac{(\text{var}(n) + E(n)^2)}{E(Rn)^2} \quad (4.47)$$

où R et n sont respectivement la réflectivité réelle et le bruit au point $s = (i, j; t)$. L'espérance $E()$ et la variance $\text{var}()$ sont calculées sur le voisinage η_s du point s .

Le deuxième terme de cette équation est positif ou nul et proportionnel à la variance de la réflectivité réelle. Dans une région homogène, la variance de l'intensité est faible (nulle s'il n'y a pas de bruit) ; donc le CV local (γ) est faible (respectivement nul). Sur un contour, le deuxième terme est strictement positif ; le CV local est plus élevé que le CV global. Le CV local est donc représentatif de l'homogénéité du voisinage. Il est intéressant de reprendre l'équation (4.42) pour le cas d'un contour. Le laplacien est très petit par rapport à l'amplitude du gradient. En négligeant ce terme on peut écrire :

$$\gamma(i, j; t) \propto \frac{|\nabla I_{i,j}|}{I_{i,j}} \quad (4.48)$$

où \propto désigne la proportionnalité. Le coefficient de variation se comporte comme une version normalisée du gradient de l'image au point (i, j) . Le CV local est bien croissant avec l'amplitude des contours. De plus, notre coefficient de diffusion :

- est maximal pour $\gamma = 0$;
- est strictement décroissant ;

- arrête complètement la diffusion pour $\gamma \geq \gamma_s$.

Le lissage intra-régions est donc favorisé. Il est donc possible d'utiliser le CV local dans le cadre de la minimisation d'énergie en respectant les critères établis par Perona.

4.2.1.6 Estimation automatique du terme d'interception

Le coefficient de variation global est par définition calculé sur une zone homogène de l'image. La sélection d'une telle zone nécessite une interaction indésirable. Nous proposons de résoudre cette difficulté à l'aide d'un estimateur robuste du **terme d'interception** du CV local.

Définition :

Le " terme d'interception " d'une variable est le seuil à partir duquel une valeur est considérée aberrante.

Pour détecter les contours, nous considérons aberrantes les valeurs du CV local qui sont supérieures au CV global. En ce sens le terme d'interception du CV local est une estimation du CV global de l'image.

Dans cette section nous commençons par décrire un estimateur du terme d'interception proposé par Black et discuter ses limitations. Puis nous présentons les deux estimateurs que nous proposons.

Estimateur de Black :

Dans [Black *et al.*, 1998; Black and Sapiro, 1999; Yu and Acton, 2004] on trouve une estimation automatique du terme d'interception qui se formule :

$$\sigma_e = 1.4826 \text{MAD}_\Omega(|\nabla I_{i,j}|) \quad (4.49)$$

où $\nabla I_{i,j}$ dénote le gradient au point (i, j) , Ω est l'ensemble des pixels de I et

$$\text{MAD}_\Omega(x) = \text{med}_{s \in \Omega}(|x(s) - \text{med}_{s' \in \Omega} x(s')|) \quad (4.50)$$

avec $\text{med}_{s \in \Omega} x(s)$ la médiane de x sur l'image I .

Cette estimation (σ_e) est utilisée de manière erronée dans [Black *et al.*, 1998; Black and Sapiro, 1999; Yu and Acton, 2004] : elle est comparée à $|\nabla I_{i,j}|$. Or, le MAD représente une distance à la médiane d'un ensemble de données. Il ne peut donc pas être comparé directement aux données elles-mêmes. Il suffit de constater que cet estimateur est invariant aux translations des données.

Soit I une image où plus de la moitié des gradients sont égaux à une constante g_0 . Quelle que soit l'amplitude des autres gradients, la totalité des gradients de cette image

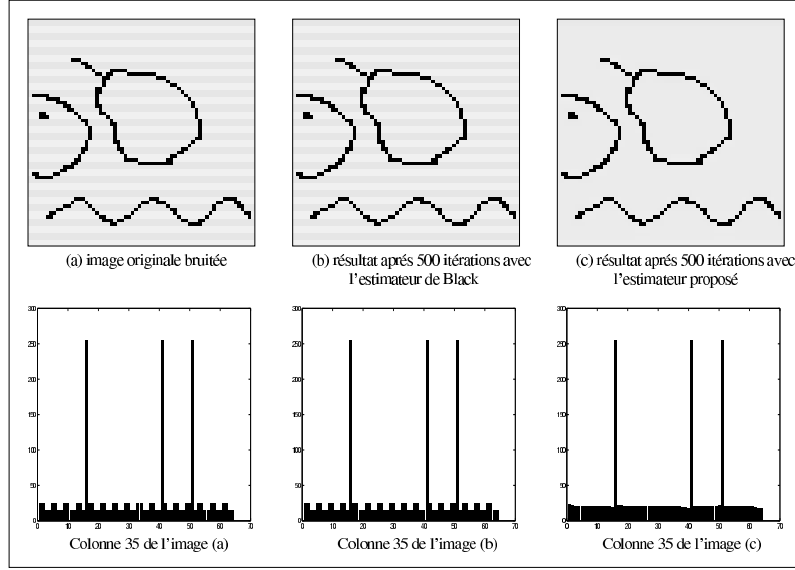


FIG. 4.9 – Exemple mettant en évidence l'inefficacité de l'estimateur de Black du terme d'interception. L'image originale est de taille 64x64. Résultats présentés après 500 itérations de diffusion (modèle de Black) avec $\Delta t = 0.05$, en utilisant (b) l'estimateur de Black, (c) notre estimateur.

serait considérée comme aberrante. Ceci se démontre facilement :

$$\begin{aligned}
 \text{card}\{(i, j) | (i, j) \in \Omega, \nabla I_{i,j} = g_0\} &> \frac{\text{card}\{\Omega\}}{2} \Rightarrow \text{med}_{s \in \Omega}(|\nabla I_s|) = g_0 \\
 &\Rightarrow \text{MAD}_{\Omega}(|\nabla I_{i,j}|) = \text{med}_{s \in \Omega}(|\nabla I_s| - g_0) \\
 &\Rightarrow \text{MAD}_{\Omega}(|\nabla I_{i,j}|) = 0.
 \end{aligned}$$

$\text{card}\{S\}$ représente le cardinal de S . D'une manière générale, l'estimateur proposé par Black est insensible aux bruits uniformes.

La figure 4.9 présente le résultat de la diffusion anisotrope robuste de Black sur une image synthétique, après 500 itérations, pour $\Delta t = 0.05$. σ_e est estimé directement par le MAD (eq. 4.49). L'image contient un bruit périodique caractérisé par des *lattes* dont l'intensité est alternativement 230 et 240 par saut de 2 pixels. Après 500 itérations l'image reste entièrement inchangée. Des résultats comparatifs avec notre approche sont présentés en Annexe 7.1.

Notre estimateur :

Pour évaluer correctement le paramètre γ_e , nous faisons appel aux statistiques robustes [Rousseeuw and Leroy, 1987]. Le problème revient à estimer un paramètre d'échelle à partir d'un ensemble de données dont on ne connaît pas la fonction de densité de probabilité. Nous normalisons les données :

$$a_{i,j} = \frac{\gamma(i,j) - \text{med}_{p \in \Omega}(\gamma(p))}{c \text{ med}_{q \in \Omega}(|\gamma(q) - \text{med}_{r \in \Omega}(\gamma(r))|)} \quad (4.51)$$

où $\text{med}_{p \in \Omega}(\gamma(p))$ est la médiane des valeurs de γ de l'image I à l'itération courante. c est un facteur de correction, il permet de retrouver la normalisation classique par la moyenne et l'écart type dans le cas où les données suivent une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance 1 :

$$\begin{aligned} x \sim \mathcal{N}(0,1) &\Rightarrow \frac{x - \text{med}_{p \in \Omega} x(p)}{c \text{ med}_{q \in \Omega}(|x(q) - \text{med}_{r \in \Omega} x(r)|)} = \frac{x - \bar{x}}{\sigma(x)} \\ &\Rightarrow c \text{ med}_{p \in \Omega}(|x(p)|) = 1 \\ &\Rightarrow c = \frac{1}{\Phi^{-1}(0.75)} \\ &\Rightarrow c = 1.4826 \end{aligned}$$

avec $\Phi(x)$ l'intégrale de la fonction de densité de probabilité entre $]-\infty, x]$.

Nous proposons que le terme d'interception γ_e soit la valeur de γ correspondant à $a_{i,j} = 1$:

$$a_{i,j} = 1 \Leftrightarrow \frac{\gamma(i,j) - \text{med}_{p \in \Omega}(\gamma(p))}{c \text{ med}_{q \in \Omega}(|\gamma(q) - \text{med}_{r \in \Omega}(\gamma(r))|)} = 1 \quad (4.52)$$

$$\Leftrightarrow \gamma(i,j) = c \text{ med}_{p \in \Omega}(|\gamma(p) - \text{med}_{q \in \Omega}(\gamma(q))|) + \text{med}_{r \in \Omega}(\gamma(r)) \quad (4.53)$$

soit :

$$\gamma_e = c \text{ med}_{p \in \Omega}(|\gamma(p) - \text{med}_{q \in \Omega}(\gamma(q))|) + \text{med}_{r \in \Omega}(\gamma(r)). \quad (4.54)$$

Lorsque la médiane de la variable considérée (γ ou $|\nabla I|$) est nulle, le terme d'interception est nul. Or, il apparaît comme dénominateur dans la majorité des coefficients de diffusion. Il serait donc inutilisable. Dans cette situation nous proposons d'estimer γ_e par la moyenne de la déviation absolue :

$$\gamma_e = \frac{c'}{n} \sum_{(i,j) \in \Omega} |\gamma(i,j) - \text{med}_{p \in \Omega}(\gamma(p))| + \text{med}_{q \in \Omega}(\gamma(q)) \quad (4.55)$$

où $n = \text{card}\{\Omega\}$. c' est un deuxième facteur de correction qui permet là encore de retrouver la normalisation lorsque la variable suit une loi normale. Posons x une telle variable :

$$x \sim \mathcal{N}(0,1) \Rightarrow \frac{c'}{n} \sum_{(i,j) \in \Omega} |\gamma(i,j) - \text{med}_{p \in \Omega}(\gamma(p))| = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma(x) \quad (4.56)$$

$$\Rightarrow c' = \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (4.57)$$

Discussion :

L'estimateur défini par Black sous-estime le seuil des valeurs aberrantes. Son coefficient de diffusion arrête complètement la diffusion lorsque le gradient est au-dessus de σ_e . Il préserve donc mieux les contours, mais il n'élimine pas bien le bruit.

La figure 4.9 montre un exemple de la diffusion de Black pour laquelle le calcul de σ_e a été modifié en accord avec notre estimateur. Après 500 itérations les petites variations des lattes du fond de l'image sont diffusées, et les contours de fortes amplitudes sont préservés.

Cette estimation automatique de γ_e présente deux avantages :

- elle permet de libérer le modèle d'un paramètre ;
- elle autorise une réévaluation à chaque itération de l'impact du speckle dans l'image.

4.2.1.7 Critère d'arrêt de l'algorithme

Le choix du nombre d'itérations utilisées pour la diffusion a des répercussions importantes sur la qualité du résultat (Fig. 4.3 et 4.4). Il faut faire un compromis entre la fidélité aux valeurs initiales des pixels et le but d'une solution constante par morceaux. En effet,

- pour un petit nombre d'itérations, le résultat garde plus de détails mais aussi plus de bruit ;
- pour un grand nombre d'itérations, le résultat est proche du modèle lisse par morceaux inhérent à la diffusion.

Nous passons ci-dessous en revue les critères d'arrêt de la littérature avant d'établir un critère pour notre γ -diffusion.

(a) Critères basés sur le coût du calcul

Dolcetta et Ferretti ont formulé le problème du critère d'arrêt comme une minimisation de la fonctionnelle [Dolcetta and Ferretti, 2000] :

$$E(T) = \sum_0^T E_c + E_s \quad (4.58)$$

T est le nombre total d'itérations ; E_c est le coût en temps de calcul $E_c = cN(I)T$; E_s est le coût d'arrêt, fonction de la distance entre l'image d'origine et l'image courante :

$$E_s = - \left(\iint_{\Omega} |I(x, y; T) - I(x, y; 0)|^2 dx dy \right)^2 \quad (4.59)$$

avec $N(I)$ le coût attribué à une itération sur l'image I et c un poids permettant d'équilibrer l'équation.

(b) Critères basés sur les images

Sporring et Weickert ont étudié le comportement de l'entropie de l'image [Sporring and Weickert, 1999]. Ils considèrent les itérations de la diffusion comme des échelles différentes. Ils stipulent alors que les intervalles d'échelles où l'entropie est quasi-constante correspondent à des états stables. Ils proposent que l'arrêt de la diffusion intervienne dans l'un de ces intervalles.

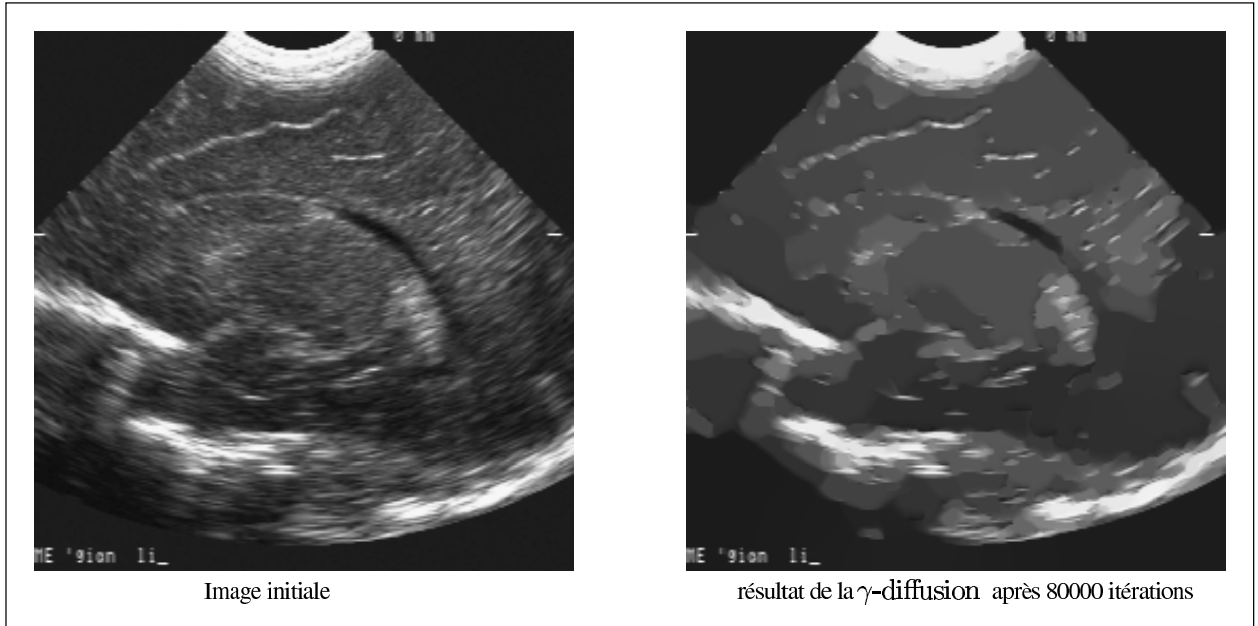


FIG. 4.10 – Exemple de convergence de notre modèle. Après 80000 itérations sur une image échographique les structures sont préservées.

Weickert propose aussi d'autres critères d'arrêt basés sur la notion de variance relative [Weickert, 1999b]. Soit $\text{var}(I(t))$ la variance de l'image I à l'itération t . Cette variance est monotone décroissante avec t et converge vers zéro pour les coefficients de diffusion classiques, à l'exclusion de celui de Black. La variance relative peut s'écrire alors :

$$r(I^t) = \frac{\text{var}(I^t)}{\text{var}(I^0)}. \quad (4.60)$$

Elle prend ses valeurs sur $[0, 1]$ et peut être utilisée pour mesurer la distance de l'état I^t à I^0 et à I^∞ . Il est possible de fixer comme critère d'arrêt une valeur de $r(I^t)$ à atteindre.

(c) Notre critère

Notre coefficient de diffusion est différent des modèles classiques. La fonction de Tukey garantit que l'image ne tende pas vers une intensité constante. De plus, le terme d'intercepteur γ_e est réévalué à chaque itération. Vu que le CV global de l'image diminue, γ_e diminue aussi. Notre modèle converge donc vers un état stable où la plus grande partie de l'image est constante par morceaux.

La figure 4.10 montre le résultat de notre modèle de diffusion après 80000 itérations. On constate que le fond de l'image est devenu constant par morceaux, et que les contours et structures importantes ont été préservés. Des résultats pour des petits nombres d'itérations sont inclus dans la section expérimentations (Sec. 4.3).

On ne risque donc pas de diffuser l'image complètement, atteignant une intensité constante. Le critère d'arrêt de notre algorithme n'est donc pas un paramètre critique du modèle.

Nous proposons d'utiliser un critère d'arrêt simple semblable dans le principe à celui de l'entropie. Nous évaluons à chaque itération l'évolution du terme d'interception γ_e . Nous fixons un seuil ϵ_γ pour γ_e en dessous duquel l'image est considérée suffisamment diffusée. Notre algorithme n'atteignant jamais une image d'intensité constante, ce seuil peut être trop long à atteindre (ou inatteignable). Nous fixons donc aussi un temps maximal t_{\max} accordé au traitement d'une image. Le nombre d'itérations s'écrit donc :

$$C = \min\{t | \gamma_e(I^t) < \epsilon_\gamma, t_{\max}\} \quad (4.61)$$

Dans les expérimentations nous utilisons le seuil $\epsilon_\gamma = 0.1$. Nous avons empiriquement constaté qu'il est atteignable pour les images échographiques dans un temps de calcul raisonnable.

4.2.2 Implémentation

L'évolution de l'image lors de la γ -diffusion est régie par l'EDP :

$$\partial_t I(x, y; t) = \text{div}[c(\gamma(x, y; t)) \nabla I(x, y; t)] \quad (4.62)$$

avec les conditions suivantes :

$$I(x, y; 0) = I_0(x, y) \quad (4.63)$$

$$\partial_{\vec{k}} I(x, y; t) = 0, \quad \forall (x, y) \in \partial\Omega. \quad (4.64)$$

où $\delta\Omega$ représente le bord du domaine Ω de l'image. \vec{k} est le vecteur normal sortant de $\delta\Omega$. Pour résoudre cette EDP nous utilisons un schéma explicite sur la variable du temps.

Soient n l'itération courante, Δt le pas de discrétisation temporelle, et h le pas de discrétisation spatiale. Nous considérons un voisinage de 4-connexité. Nous discrétisons les coordonnées spatiales et temporelles de la manière suivante :

$$\begin{aligned} t &= n\Delta t, & n &\in \mathbb{R}^+ \\ x &= ih, & i &= 0, 1, \dots, p-1 \\ y &= jh, & j &= 0, 1, \dots, q-1 \end{aligned}$$

où l'image I traitée est de dimensions (ph, qh) . Nous posons $I_{i,j}^n = I(ih, jh, n\Delta t)$. Nous calculons d'abord une approximation des différences directionnelles. Posons $D_{i,j;n}$ le vecteur :

$$D_{i,j;n} = \begin{bmatrix} \nabla_N I_{i,j}^n \\ \nabla_E I_{i,j}^n \\ \nabla_S I_{i,j}^n \\ \nabla_W I_{i,j}^n \end{bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} I_{i-1,j}^n - I_{i,j}^n \\ I_{i,j+1}^n - I_{i,j}^n \\ I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n \\ I_{i,j-1}^n - I_{i,j}^n \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

Nous utilisons des conditions symétriques aux bords :

$$\left. \begin{array}{l} I_{i,-1}^n = I_{i,0}^n \\ I_{i,q}^n = I_{i,q-1}^n \end{array} \right\} \quad i = 0, 1, \dots, p-1$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{-1,j}^n = I_{0,j}^n \\ I_{p,j}^n = I_{p-1,j}^n \end{array} \right\} \quad j = 0, 1, \dots, q-1 \quad (4.66)$$

Posons $C_{i,j;n}$ le vecteur des coefficients de diffusion suivant :

$$C_{i,j;n} = \begin{bmatrix} c(i, j; n) \\ c(i, j+1; n) \\ c(i+1, j; n) \\ c(i, j; n) \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

La divergence de l'équation (eq.4.46) se discrétise alors comme :

$$\text{div}(c(i, j; n) \nabla I_{i,j}^n) = \frac{1}{h} C_{i,j;n} \cdot D_{i,j;n}. \quad (4.68)$$

On obtient finalement l'équation d'évolution discrète de l'image :

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{4h} (C_{i,j;n} \cdot D_{i,j;n}). \quad (4.69)$$

4.2.3 Propriétés du modèle

4.2.3.1 Respect du *maximum-minimum*

Propriété :

La γ -distribution respecte le principe du *maximum-minimum*.

Preuve :

La démonstration repose sur l'observation des bornes de notre coefficient de diffusion. Dans les conditions théoriques le CV local est supérieur ou égal au CV global. Les bornes théoriques de notre coefficient de diffusion sont :

$$0 \leq c(\gamma) \leq \frac{16}{25} \quad (4.70)$$

Nous avons vu que dans la pratique le CV local peut être inférieur au CV global ; il reste néanmoins positif ou nul. Les bornes empiriques sont :

$$0 \leq c(\gamma) \leq 1 \quad (4.71)$$

Considérons l'évolution de la γ -diffusion au point (i, j) (eq.4.69). Posons :

$$\nabla_{\max} = \max\{|\nabla_N I_{i,j}^n|, |\nabla_E I_{i,j}^n|, |\nabla_S I_{i,j}^n|, |\nabla_W I_{i,j}^n|\} \quad (4.72)$$

et I_{\max} l'intensité du pixel correspondant à ce maximum. Supposons, pour la démonstration, que $\nabla_{\max} > 0$ (l'explication se transpose facilement au cas opposé), alors :

$$I_{\max} = \max_{p \in \eta_s} \{I_p\}, \quad (4.73)$$

où $s = (i, j)$ et η_s est le voisinage de s .

Pour un temps d'itération $\Delta t = 1$ et un pas d'itération spatial $h = 1$ de l'équation (4.69) nous avons :

$$\begin{aligned} I(i, j; n+1) &= I(i, j; n) + \frac{1}{4} (c(i+1, j; n) \nabla_S I_{i,j}^n + c(i, j; n) \nabla_N I_{i,j}^n \\ &\quad + c(i, j+1; n) \nabla_E I_{i,j}^n + c(i, j; n) \nabla_W I_{i,j}^n) \\ &\leq I(i, j; n) + \frac{1}{4} (4 \sup_{(i,j) \in \Omega} (c(i, j; n)) \nabla_{\max}) \\ &\leq I(i, j; n) + \sup_{(i,j) \in \Omega} (c(i, j; n)) \nabla_{\max} \\ &\leq I_{\max} \end{aligned}$$

avec Ω le domaine de l'image. On retrouve bien $I_{i,j}^{n+1} \leq I_{\max}$. La démonstration est analogue pour montrer que $I_{i,j}^{n+1} \geq I_{\min}$. Notre algorithme vérifie bien le principe du *maximum-minimum*.

4.2.3.2 Conservation de l'énergie, conditions aux bords

Théorème de la divergence :

Le flux d'un champ de vecteurs sortant d'une surface fermée $S = \delta V$ est égal à l'intégrale de la divergence de ce champ sur le compact V limité par S . Ce qui peut s'écrire :

$$\iiint_V \text{div}(\vec{\Psi}) = \iint_{\delta V} \vec{\Psi} \cdot \vec{k} \, dS \quad (4.74)$$

avec \vec{k} la normale à δV orientée vers l'extérieur du compact V .

Propriété :

La γ -diffusion respecte le principe de la conservation d'énergie.

Cette propriété peut se démontrer de deux manières : i) par le théorème de la divergence et ii) par les équations discrètes de la γ -diffusion.

Preuve par le théorème de la divergence :

Classiquement, la conservation d'énergie découle du théorème de la divergence appliqué à la diffusion [Black *et al.*, 1998; Krissian, 2000; Yu and Acton, 2004].

Dans le cas d'un flux Ψ de vecteurs sortant d'une courbe plane fermée bordant la surface S ($C = \delta S$), le théorème de la divergence conduit à :

$$\iint_S \operatorname{div}(\vec{\Psi}) = \int_{C=\delta S} \vec{\Psi} \cdot \vec{k} \, dC \quad (4.75)$$

En appliquant ce résultat au cas de la γ -diffusion on obtient :

$$\iint_S \frac{\partial I}{\partial t} dS = \iint_S \operatorname{div}(c(\gamma) \nabla I) \, dS \quad (4.76)$$

$$= \int_{C=\delta S} c(\gamma) \nabla I \cdot \vec{k} \, dC \quad (4.77)$$

$$= 0 \quad \text{si } c(\gamma_p) = 0, \quad \forall p \in \delta S. \quad (4.78)$$

Soit encore :

$$\iint_S I = q. \quad (4.79)$$

où q est une constante.

En prenant des conditions symétriques sur les bords de l'image, on s'assure qu'aucune énergie ne " fuit " de l'image.

Preuve par les équations discrètes de la γ -diffusion :

L'équation (4.69) d'évolution que nous avons proposé permet de démontrer que le principe de conservation de l'énergie est respecté. La démonstration repose sur le respect du *maximum-minimum*, et sur deux observations. La première est la suivante :

$$\begin{cases} \nabla_S I_{i,j}^n = - \nabla_N I_{i+1,j}^n \\ \text{et} \\ \nabla_E I_{i,j}^n = - \nabla_W I_{i+1,j}^n. \end{cases} \quad (4.80)$$

La deuxième est que dans l'équation (4.69), les coefficients de $\nabla_S I_{i,j}^n$ et $\nabla_N I_{i+1,j}^n$ (respectivement $\nabla_E I_{i,j}^n$ et $\nabla_W I_{i+1,j}^n$) sont identiques. L'énergie ne fait donc que se déplacer d'un pixel à l'autre.

Pour s'assurer que l'énergie globale de l'image est constante, il suffit donc de bien fixer les conditions aux bords et de s'assurer que la diffusion respecte le principe du *maximum-minimum*, évitant ainsi le problème de saturation (Sec. 4.2.3.3). Pour qu'aucun échange ne se fasse avec l'extérieur de l'image, nous utilisons la condition des bords symétriques (eq.4.66). Toutes les différences directionnelles avec l'extérieur de l'image sont nulles ; aucune diffusion n'a donc lieu.

La fonction définie par Yu ne respecte pas ce principe. En effet, nous avons vu précédemment que, pour le coefficient de diffusion de Yu (eq. 4.22) on a :

$$\gamma(i, j; t) < \mathcal{G} \implies c(i, j; t) > 1. \quad (4.81)$$

Propriété :

Le coefficient de γ -diffusion permet la conservation d'énergie à l'intérieur de régions dont les contours admettent un CV local suffisamment élevé.

Les diffusions classiques ne vérifient pas cette propriété car leur coefficient de diffusion ne s'annule pas.

4.2.3.3 Conséquence du changement d'échelle

Malgré la conservation globale de l'énergie au cours de la γ -diffusion, la valeur moyenne des images affichées n'est pas forcément conservée. Cela vient du fait que nous traitons des images d'enveloppe radiofréquence. Pour l'affichage, ces images sont compressées logarithmiquement (Sec. 2.3.2) ; ce changement d'échelle ne permet pas de garantir la conservation de la moyenne :

$$\sum_{i,j} I_{i,j} = z \not\Rightarrow \sum_{i,j} \log(I_{i,j}) = \log(z) \quad (4.82)$$

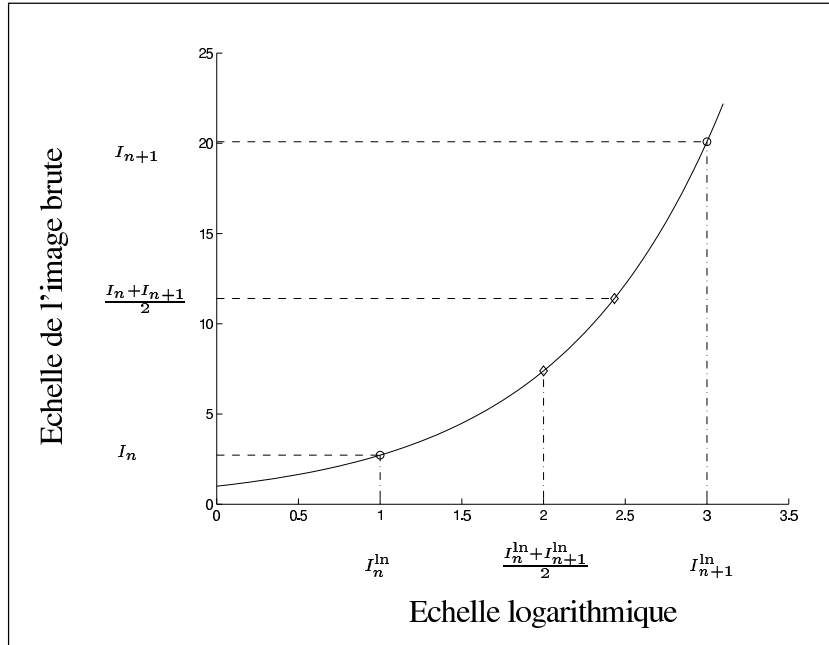


FIG. 4.11 – Moyennes de deux intensités suivant deux échelles différentes.

La figure 4.11 illustre le fait que le changement d'échelle n'est pas linéaire. Lors d'un échange d'énergie (d'intensité) entre deux points voisins, le résultat affiché dans l'échelle logarithmique est de moyenne supérieure, d'où l'augmentation de l'intensité moyenne dans l'image affichée. La valeur moyenne de l'intensité de la version compressée de l'image est donc modifiée lors de la diffusion. Cependant, le problème peut être vu différemment. Les versions affichées ne représentent pas les données brutes dans leur échelle réelle ; les filtrages classiques, traitant la version compressée, ne peuvent donc pas conserver les structures importantes de l'image. Nous préférons traiter les données brutes pour mieux respecter ces structures privilégiant la facilité d'interprétation de l'image.

4.3 Expérimentation

Nous présentons dans cette section les résultats de la γ -diffusion sur deux types d'images : synthétiques et échographiques réelles. Nous comparons les résultats avec les filtres de Gauss, Wiener, Lee, Frost, Kuan, Perona, Catté, Charbonnier, Black, Weickert et Yu. Ces filtres sont représentatifs de divers domaines de filtrage du speckle et de la diffusion anisotrope.

4.3.1 Nature des évaluations quantitatives

Afin d'évaluer les performances du filtrage et de comparer les résultats, différentes mesures quantitatives ont été calculées. Pour les tests sur des images synthétiques, dont la *vérité terrain* est connue, nous avons mesuré le biais, la figure du mérite de Pratt, la variance totale et le contraste total. Dans le cas du filtrage d'images réelles, la *vérité terrain* n'est pas connue. Nous calculons le biais, l'entropie, la variance totale et le contraste total pour comparer les résultats. Ces différentes mesures sont brièvement présentées ci-dessous.

– **Biais du filtre :**

Le biais d'un filtre représente l'écart entre la moyenne de l'image initiale et la moyenne du résultat. Certaines méthodes testées traitent des images brutes et d'autres des images compressées logarithmiquement. Nous calculons donc le biais comme l'écart à la moyenne dans l'échelle considérée ; puis les mesures sont ramenées à la même échelle pour pouvoir comparer les résultats.

– **Figure du mérite de Pratt :**

La figure du mérite de Pratt (FOM) [Pratt, 1977] permet d'évaluer la qualité de la préservation des contours. Elle nécessite logiquement une détection des contours. A cette fin, nous appliquons deux filtres de Sobel (vertical et horizontal) sur le résultat de chaque filtre et sur l'image initiale. Pour obtenir la carte binaire des contours, nous ne conservons que les pixels dont l'amplitude est supérieure à 10 (seuil empirique). La figure du mérite s'écrit :

$$\text{FOM} = \frac{1}{\max(\hat{N}, N_{\text{théorique}})} \sum_{i=1}^{\hat{N}} \frac{1}{1 + d_i^2 \alpha} \quad (4.83)$$

avec les notations suivantes :

- \hat{N} est le nombre de pixels constituant les contours trouvés ;
- $N_{\text{théorique}}$ est le nombre de points de contours de l'image initiale non bruitée ;
- d_i est la distance euclidienne du point de contour i au contour théorique le plus proche ;
- α est un paramètre typiquement fixé à $\frac{1}{9}$.

Les valeurs du FOM sont comprises entre 0 et 1 (1 étant le meilleur score possible). Evidemment, ce calcul n'est applicable que lorsqu'on connaît les contours de l'image

initiale non bruitée. Le FOM mesure deux phénomènes : i) l'éloignement entre les contours constatés et les contours théoriques, ii) la variation en nombre de pixels entre les contours théoriques et les contours réels.

– **Variance totale (V_T) de l'image :**

La variance totale de l'image indique la quantité de contours et de bruit. Lorsque le speckle est filtré la variance totale diminue. Le minimum 0 est atteint pour une image constante, où tout contour serait donc supprimé. Cette mesure est à mettre en relation avec d'autres mesures, comme le contraste et le FOM.

– **Contraste total (C_T) de l'image :**

Le contraste d'une image mesure la netteté de ses contours. Un contraste élevé et une variance totale faible tendent à indiquer une image lisse par morceaux.

$$C_T^2 = \sum_I |\nabla I|^2 \quad (4.84)$$

– **Entropie :**

L'entropie d'une manière générale représente l'incertitude. L'entropie d'un ensemble d'événements réalisables est grande quand tous les événements ont la même probabilité de se réaliser [Sporring and Weickert, 1999; Shannon and Weaver, 1949; Wiener, 1948]. Appelons p_i la probabilité que l'événement i se réalise. L'entropie se calcule alors de la manière suivante :

$$H = - \sum_{i=1}^N p_i \log(p_i) \quad (4.85)$$

Dans la littérature, on peut trouver des interprétations différentes de cette mesure. Dans le cas d'une image, on peut considérer le problème de deux manières différentes :

- les événements sont les niveaux d'intensité des pixels. $p(s)$ serait alors la probabilité que le niveau d'intensité s apparaisse dans l'image :

$$p(s) = \frac{\text{card}\{(i, j) | I_{i,j} = s\}}{\text{card}\{I\}}. \quad (4.86)$$

Dans ce cas, l'entropie est grande quand toutes les probabilités sont uniformes ; c'est-à-dire que l'histogramme des intensités est globalement de hauteur constante. Cela correspond à une image très hétérogène [Tupin *et al.*, 2000].

Selon ce modèle, plus l'entropie est grande plus il y a d'information dans l'image.

- les intensités brutes de chaque pixel (i, j) correspondent directement à la probabilité non normalisée qu'un quantum de lumière atteigne le pixel (i, j) . L'événement n'est donc plus un niveau de gris mais une localisation. On peut normaliser ces

probabilités par la somme de toutes les intensités :

$$p(\mathbf{x} = (i, j)) = \frac{I_{i,j}}{\sum_{(i,j) \in I} I_{i,j}} \quad (4.87)$$

où $I_{i,j}$ est l'intensité de l'image au pixel (i, j) . L'entropie devient grande lorsque toutes les probabilités sont proches ; c'est-à-dire lorsque l'image est d'intensité quasiment constante. Cette méthode est utilisée dans [Sporring and Weickert, 1999]. Les auteurs démontrent que dans les espaces multi-échelles l'entropie de l'image augmente avec le paramètre d'échelle t .

Ces deux manières de calculer l'entropie d'une image ont des interprétations opposées. Pour nos expérimentations, nous adoptons la deuxième méthode, couramment utilisée par Sporring et Weickert dans le cadre de l'analyse multi-échelle [Weickert, 1998a; Sporring and Weickert, 1999]. Ainsi la valeur de l'entropie est haute lorsque l'image est lissée, et basse lorsque l'image garde de l'information (contours et bruit confondus). Il est important de préciser que selon cette approche les valeurs d'entropie sont relativement élevées ; ceci car chaque probabilité est comprise entre :

$$0 \leq p(\mathbf{x} = (i, j)) \leq \frac{255}{\sum_{(i,j) \in I} I_{i,j}}. \quad (4.88)$$

Les écarts entre les probabilités sont donc très petits.

4.3.2 Temps de calcul des différents filtres

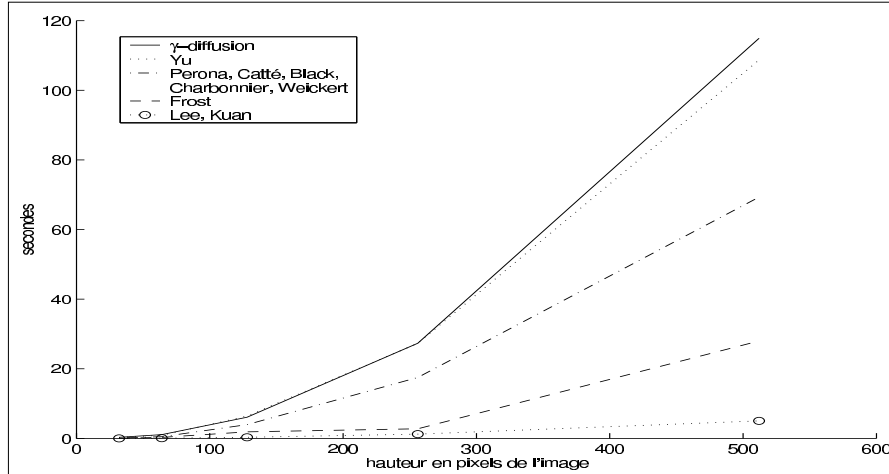


FIG. 4.12 – Temps de calcul des différents filtres. Nombre d'itérations fixé à 100 (sauf pour Lee, Frost et Kuan, non itératifs).

La figure 4.12 fait apparaître les temps de calcul des différents filtres testés. Les tests ont été implémentés avec Matlab, et exécutés sur un PC (800 MHz, 512Mo de RAM, sous

Linux). L'abscisse représente la hauteur (en pixels) de l'image carrée traitée, l'ordonnée le temps en secondes. Les filtres de Lee, Frost et Kuan ne nécessitent qu'une seule itération, pour les autres 100 itérations sont utilisées.

Le filtre de Frost est plus lent que ceux de Lee et Kuan car il nécessite le calcul du poids des voisins de chaque pixel.

Les différents filtres classiques de diffusion anisotrope (Perona, Catté, Charbonnier, Weickert et Black) ont des temps de calcul très proches. Seul le coefficient de diffusion change entre ces méthodes.

Enfin le filtre de Yu et la γ -diffusion sont les plus lents. Contrairement aux autres, les coefficients de diffusion de ces filtres reposent sur l'estimation du coefficient de variation local. La différence entre la γ -diffusion et le filtre de Yu s'explique par la réactualisation à chaque étape de la valeur du coefficient de variation global. Notons toutefois que le temps de paramétrisation n'est pas pris en compte. Le caractère automatique de la paramétrisation des filtres de Black, Yu et de la γ -diffusion est un avantage qui n'apparaît pas dans ces résultats.

4.3.3 Résultats sur des images de synthèse

4.3.3.1 Formation des images de synthèse

Quelques modèles de la littérature :

Il existe de nombreuses méthodes dans la littérature pour simuler les images échographiques.

- dans la méthode de Bamber et Dickinson [Bamber and Dickinson, 1980], l'image radiofréquence est considérée comme le résultat d'une convolution entre une fonction d'étalement du point (PSF pour *Point Spread Function*) et la réponse du tissu. La fonction d'étalement du point est supposée linéaire et spatialement invariante ;
- la méthode de Meunier et Bertrand [Meunier and Bertrand, 1995] reprend celle de Bamber, mais propose des simplifications pour la simulation de la réponse impulsionnelle des tissus ;
- Dias propose d'utiliser directement la distribution de Rayleigh (Chap. 2) pour modéliser les statistiques de l'intensité des pixels de l'image radiofréquence. Il suppose que cette distribution est une bonne approximation pour l'image compressée logarithmiquement [Dias and Leita, 1996] ;
- Jensen propose FIELD II, un programme très complet pour la simulation des images échographiques. Il permet de prendre en compte la géométrie du transducteur ainsi que tous les paramètres d'un échographe [Jensen, 1996] ;
- Jain [Jain, 1989], puis Zong [Zong et al., 1998] utilisent le modèle de speckle multiplicatif. Une réflectivité de synthèse est multipliée par une variable aléatoire dont la distribution peut être une de celles présentées dans le chapitre 2.

Méthodes de simulation :

Nous analysons l'influence de la fonction d'étalement du point et celle de la fonction densité de probabilité sur notre filtre à travers l'étude de deux méthodes de simulation de speckle,

à savoir :

- la méthode de Meunier et Bertrand [Meunier and Bertrand, 1995], qui permet de paramétrer la corrélation spatiale du speckle. Cette méthode de simulation nous donne la possibilité d'étudier le comportement de notre filtre face à la taille du *grain*.
- la méthode de Dias [Dias and Leita, 1996], qui a été utilisée par Guerault [Guerault et al., 2000]. Elle est simple à mettre en oeuvre et permet de valider notre méthode sur plusieurs distributions présentées dans le chapitre 2. Cette méthode est aussi utilisée pour comparer l'efficacité de notre filtre à celle d'autres filtres de la littérature.

4.3.3.2 Influence de la fonction d'étalement du point (réponse impulsionnelle)

Nous analysons ici le comportement de notre filtre face à la fonction d'étalement du point utilisée dans la simulation de l'image échographique.

Méthode de Bamber/Meunier :

Comme dans la méthode de Bamber [Bamber and Dickinson, 1980], on suppose la PSF linéaire et invariante spatialement. Le signal échographique radiofréquence peut être décrit comme la convolution entre la PSF et la réponse du tissu :

$$W = H \otimes N \quad (4.89)$$

avec :

- $W(x, y)$ est le signal radiofréquence au point (x, y) ;
- H la PSF du système ;
- N la réponse du tissu.

Nous supposons que $H(x, y)$ est séparable :

$$H(x, y) = H_1(x)H_2(y) \quad (4.90)$$

donc que le signal radiofréquence peut s'écrire :

$$W = H_2 \otimes H_1 \otimes N. \quad (4.91)$$

$H_1(x)$ est une fonction de Gabor définie comme :

$$H_1(x) = \sin\left(\frac{2\pi f_0 x}{c}\right) e^{\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.92)$$

avec :

- c la vitesse du son dans le tissu (1540 m.s^{-1}) ;
- f_0 la fréquence du signal (10 MHz) ;
- σ_x la longueur de l'impulsion (dimension dans l'axe du faisceau).

Le terme $H_2(x, y)$ représente la réponse spatiale :

$$H_2(y) = \exp^{\frac{-y^2}{2\sigma_y^2}} \quad (4.93)$$

où σ_y dénote la largeur de l'impulsion (dimension perpendiculaire à l'axe).

Le tissu peut être modélisé par un champ aléatoire distribué suivant une gaussienne [Meunier and Bertrand, 1995] :

$$N \sim \mathcal{N}(0, \sigma) \quad (4.94)$$

où σ est la variance du champ.

Finalement, pour obtenir l'image en " mode B ", on calcule l'enveloppe (amplitude) du signal complexe :

$$I_B(x, y) = |W(x, y) + j \text{ Hilbert}(W(x, y))| \quad (4.95)$$

où $\text{Hilbert}(\cdot)$ est la transformée de Hilbert en x et $|x|$ dénote l'amplitude de x .

Paramétrisation des simulations :

L'ensemble des variances utilisées sont représentées par la figure 4.13(a). Les niveaux de gris sont proportionnels à la variance utilisée pour modéliser le tissu des régions correspondantes. Les paramètres de cette simulation sont :

- $\sigma_x \in \{0.1; 0.25; 0.5; 1; 1.5\}$;
- $\sigma_y = 2\sigma_x$;
- $c = 1540\text{m/s}$;
- $f_0 = 10\text{MHz}$;
- $\sigma = 5$ pour les éléments clairs ;
- $\sigma = 1$ pour le fond de l'image ;
- nombre d'itérations de diffusion : 500, 1000.

Efficacité du filtre suivant la largeur de la fonction d'étalement du point :

La figure 4.13 présente le résultat de la γ -diffusion après 500 itérations. L'" image simulée 1 " correspond à $\sigma_x = 0.1$. Le paramètre est croissant et maximum pour l'" image simulée 5 " où $\sigma_x = 1.5$.

Les résultats quantitatifs de la figure du mérite de Pratt (FOM) sont présentés dans la figure 4.14. On peut faire les observations suivantes :

- sur les deux premières images, la γ -diffusion aboutit à des résultats comparables avec un score aux alentours de 0.7 ;
- ce score diminue à partir de la troisième image simulée ($\sigma_x = 0.5, \sigma_y = 1$) ;
- il diminue ensuite linéairement avec la croissance de σ_x .
- le score du FOM sur la dernière image est proche de 0.5. On peut constater sur la figure 4.13(1) que le résultat de la γ -diffusion est fortement altéré par la corrélation du speckle.

La γ -diffusion est donc sensible à la PSF. Lorsque l'épaisseur des " taches " dépasse la taille de la fenêtre sur laquelle est évalué γ , leur centre est considéré comme une région homogène et ses bords comme des contours. Il est donc plus difficile de différencier une transition de réflectivité réelle du bruit.

Distribution	Variances	Composante cohérente	Agrégation spatiale α
Rayleigh	1,5,10,80	-	-
Rice	1,5,10,80	5	-
K-distribution	1,5,10,80	-	10

TAB. 4.1 – Paramètres des distributions pour la simulation des images échographiques.

Ce résultat est prévisible, une PSF élevée dégrade fortement l’observation d’une scène. La résolution de l’image est directement corrélée avec la PSF.

Stabilité du filtre :

La figure 4.14 met en évidence la stabilité du filtre. Les FOM des résultats après 500 et 1000 itérations sont très proches. Quelle que soit la PSF utilisée, le filtre se comporte de manière similaire après 500 et 1000 itérations.

4.3.3.3 Influence de la fonction densité de probabilité

Méthode de Dias :

Les distributions présentées dans le chapitre 2 sont exploitées pour modéliser directement l’intensité des pixels. Une variance est associée à chaque région. Ce paramètre dépend des propriétés acoustiques des tissus simulés [Guerault *et al.*, 2000].

Paramètres des simulations :

Les distributions de Rayleigh, Rice et la K-distribution sont appliquées. Le tableau 4.1 récapitule les paramètres de ces distributions.

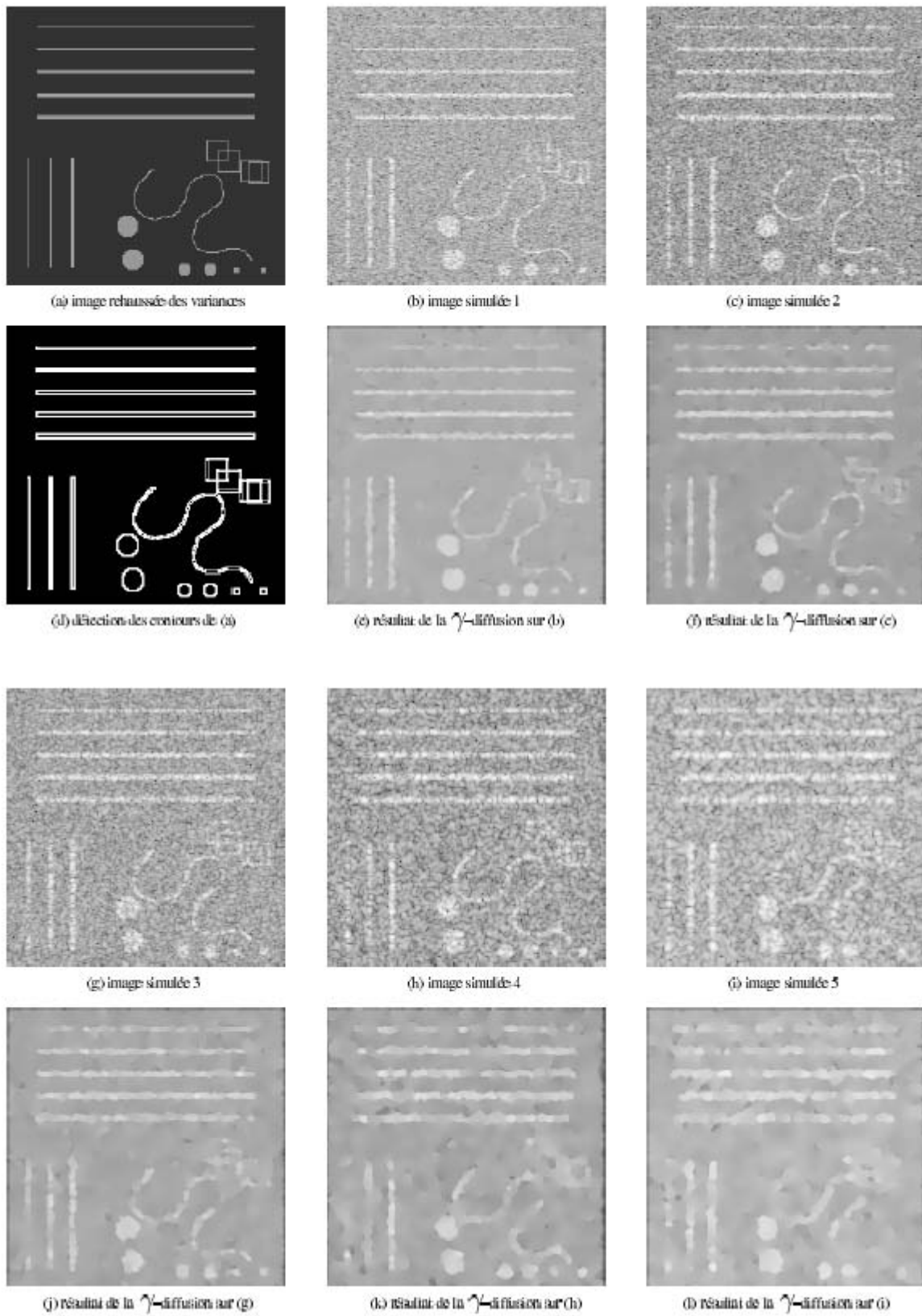
Trois images sont simulées avec des variances identiques et les distributions suivantes :

- la première avec Rayleigh, correspondant à l’hypothèse d’un speckle pleinement développé ;
- la deuxième avec Rice, supposant la présence d’une composante cohérente ;
- la dernière avec la K-distribution, précisant l’agrégation spatiale des diffuseurs.

Efficacité du filtre suivant la distribution :

La figure 4.16 contient les résultats de la γ -diffusion sur les images simulées. Les résultats sont visuellement comparables et la distribution semble avoir peu d’influence sur la qualité du filtrage.

Le tableau 4.2 permet de comparer quantitativement la qualité du filtrage (FOM) et l’influence de la distribution sur l’estimation du terme d’interception. Le meilleur score est obtenu pour la distribution de Rayleigh. L’utilisation de la K-distribution entraîne une

FIG. 4.13 – Résultats de la γ -diffusion pour une PSF de variance croissante.

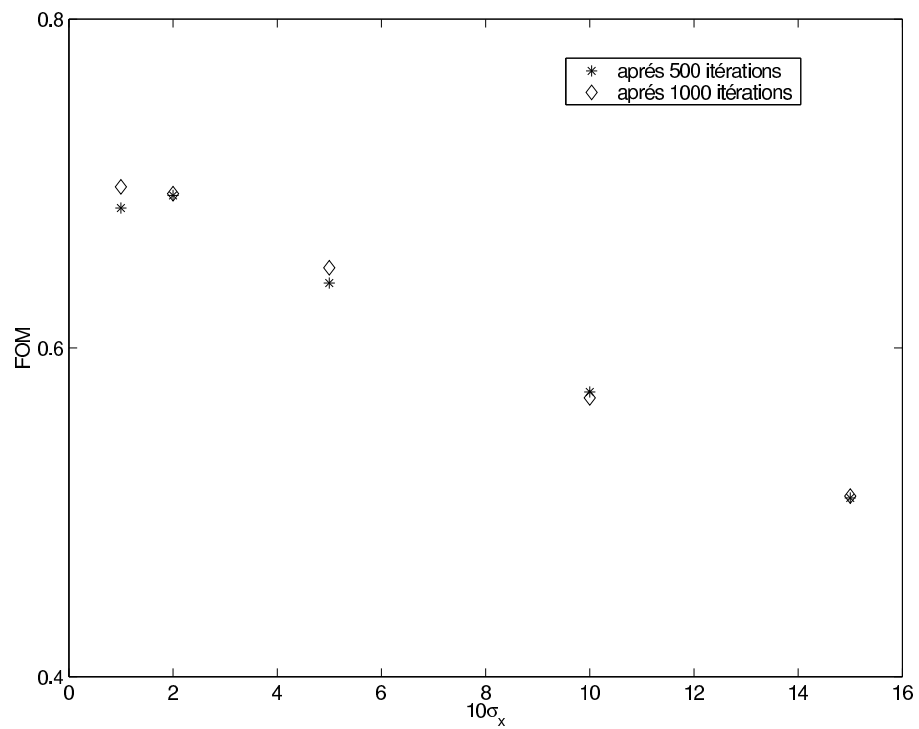
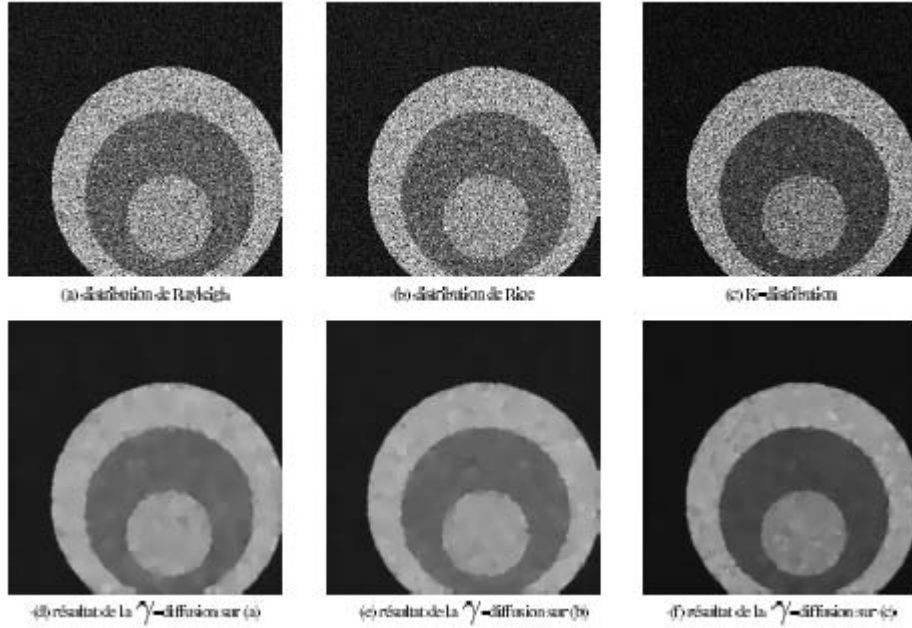


FIG. 4.14 – Figures du mérite de Pratt des résultats de la γ -diffusion pour une PSF de variance croissante.



FIG. 4.15 – Image initiale des différentes variances (intensité rehaussée).

FIG. 4.16 – Résultats de la γ -distribution pour différentes distributions.

Distribution	FOM	Terme d'interception initial $\gamma_e(t_0)$
Rayleigh	0.8980	0.8492
Rice	0.8499	0.8601
K-distribution	0.8194	0.7240

TAB. 4.2 – Caractérisation des résultats sur les images de synthèse.

chute d'environ 10% du FOM qui reste élevé.

L'estimation du terme d'interception varie suivant la distribution utilisée. La valeur la plus haute correspond au modèle de Rice. Cela indique que les valeurs du coefficient de variation local sont plus hautes lorsque cette distribution est utilisée.

Notre modèle semble donc peu sensible à la distribution. Les résultats obtenus sur des images simulées par la méthode de Dias sont meilleurs que ceux par la méthode de Meunier.

4.3.3.4 Résultats comparatifs sur une image de synthèse

La distribution de Rayleigh est considérée par hypothèse comme le modèle de speckle par la plupart des filtres testés. Nous choisissons donc d'utiliser la méthode de simulation de Dias [Dias and Leita, 1996] et cette distribution. La figure 4.17(a) est l'image des variances utilisées pour la simulation.

Paramètres des filtres utilisés :

Pour tester les différents algorithmes, nous utilisons les paramètres décrits dans le tableau 4.3.

La plupart de ces filtres nécessite une paramétrisation empirique. Nous avons fixé les paramètres suite à un ensemble de tests : les valeurs choisies correspondent au meilleur compromis entre lissage des régions homogènes et préservation des contours (exception faite du filtrage gaussien, voir ci-après). Les différents paramètres sont brièvement décrits ci-dessous :

- Le paramètre σ du filtre gaussien correspond au temps de diffusion des filtres non-linéaires.
- Le paramètre σ du filtre de Catté est plus bas que celui de Perona parce que le pré-filtrage gaussien diminue l'amplitude des contours.
- Le paramètre C_{\max} des filtres de Lee, Frost et Kuan est la moyenne entre le CV global et le maximum des CV locaux. Il n'est pas explicité dans le tableau pour des raisons de place.

La figure 4.17 présente les résultats des différents filtres.

Méthode	Δt	σ	# itérations	zone homogène	spécial
Gauss	-	-	1	-	$\sigma = \sqrt{50}$
Wiener	-	-	1	-	PSF
Lee	-	-	1	$\llbracket 60, 91 \rrbracket \times \llbracket 90, 121 \rrbracket$	-
Frost	-	-	1	$\llbracket 60, 91 \rrbracket \times \llbracket 90, 121 \rrbracket$	$K = 0.1$
Kuan	-	-	1	$\llbracket 60, 91 \rrbracket \times \llbracket 90, 121 \rrbracket$	-
Perona	0.05	24	500	-	-
Catté	0.05	5	500	-	$\sigma = 0.5$
Charbonnier	0.05	8	500	-	-
Weickert	0.05	24	500	-	$m = 4, C_m = 3.31488$
Black	0.05	auto	500	-	-
Yu	0.05	-	500	-	$q_0 = 1, \rho = 1/6$
γ -diffusion	0.05	auto	500	-	-

TAB. 4.3 – Paramètres des différents filtres testés.

Résultats sur l'image de synthèse :

Nous pouvons faire les constats suivant :

- le filtre gaussien lisse bien évidemment trop le résultat ;
- les filtres classiques des images RSO donnent des résultats décevant, notamment à cause de l'arrêt de tout filtrage lorsque $\gamma > C_{\max}$;
- les filtres de diffusion classique se comportent bien dans l'ensemble mais nécessitent un paramétrage très précis. Un faible écart dégrade complètement le résultat : soit

- l'image devient floue, soit le bruit n'est pas filtré dans les zones homogènes ;
- les filtres de Black et de Weickert subissent dans une moindre mesure la descente trop rapide de leur coefficient de diffusion. Ils ne permettent pas de différencier les contours et le speckle avec la seule amplitude du gradient ;
- le filtre de Yu obtient un bon résultat, notamment dans les zones homogènes qui sont bien diffusées. Cependant les contours sont aussi diffusés et la taille des éléments sombres diminue après le filtrage ;
- notre filtre respecte les différentes structures. Il n'arrive pas à détecter les tâches claires en bas à gauche de l'image initiale, mais aucun des filtres n'y arrive. Les contours de la croix sont partiellement retrouvés. Une moitié de ces contours est légèrement élargie par la diffusion. Néanmoins, le reste des contours garde leurs dimensions. Le résultat est stable ; si on augmente le nombre d'itérations, la moitié floue de la croix n'est pas d'avantage diffusée. On peut aussi remarquer que les points blancs présents dans la tâche noire, en bas à droite de l'image, sont fidèlement retrouvés ; leur taille n'a pas augmenté.

Résultats sur une ligne :

La figure 4.18 montre les résultats des différents filtres sur la colonne 80 de l'image bruitée. Ces résultats sont normalisés et comparés à l'image initiale non bruitée. Cette ligne comporte deux zones constantes et deux zones comportant des sauts d'intensité. Pour comparer les résultats, il faut observer :

- le lissage des zones constantes ;
- la préservation des contours, leur position et leur amplitude.

Nous pouvons faire les observations suivantes :

- le filtre gaussien aboutit à un résultat très loin de l'image initiale ;
- les filtres de Lee, Frost et Kuan filtrent relativement bien les zones de réflectivité homogène. Cependant le bruit dans les puits reste inchangé dans le cas de Lee et de Kuan. Un des puits a disparu dans le cas de Frost ;
- celui de Wiener lisse peu les zones homogènes et certains pics disparaissent ;
- les filtres de Perona, Catté et Charbonnier lissent trop la ligne, même si les contours sont mieux respectés que dans le cas du filtre gaussien ;
- le filtre de Weickert obtient un bon résultat dans le deuxième puit, mais le reste de la ligne présente des faux contours ;
- celui de Black détecte trop de contours ;
- le filtre de Yu obtient un bon résultat mais ne retrouve pas bien la forme initiale du deuxième puit. Un des deux pics a disparu.
- la γ -diffusion produit un résultat très proche de la ligne initiale. On retrouve notamment la zone constante à l'intérieur du deuxième puit, ainsi que les deux pics.

Statistiques :

Finalement le tableau 4.4 présente les résultats quantitatifs des filtres. Le biais est globalement faible, seul le filtre de Yu présente un biais élevé. Nous avons vu dans les sections précédentes que ce filtre ne respecte pas le principe du *maximum-minimum*. La valeur du

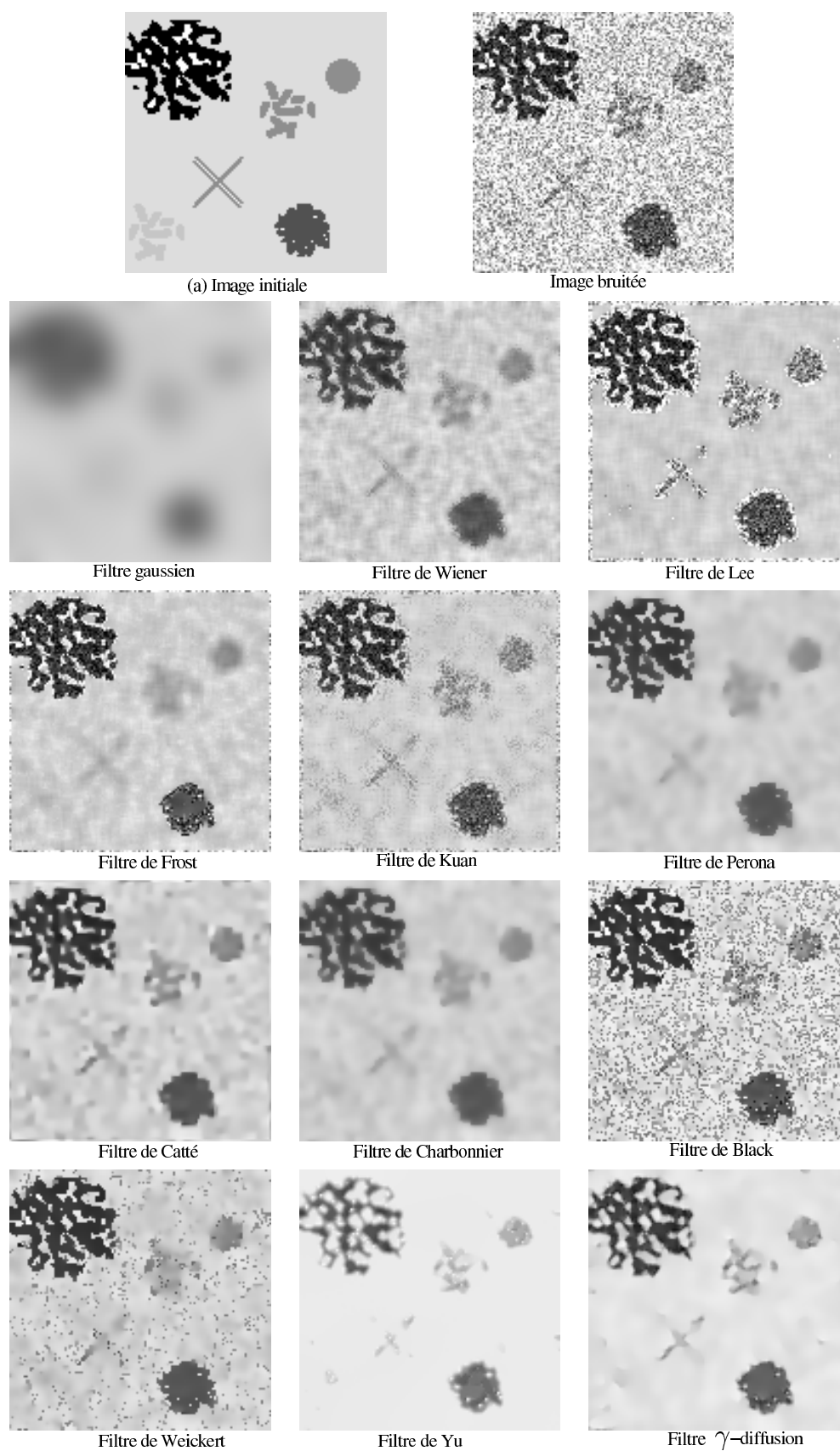


FIG. 4.17 – Résultats des filtres de speckle sur l'image de synthèse.

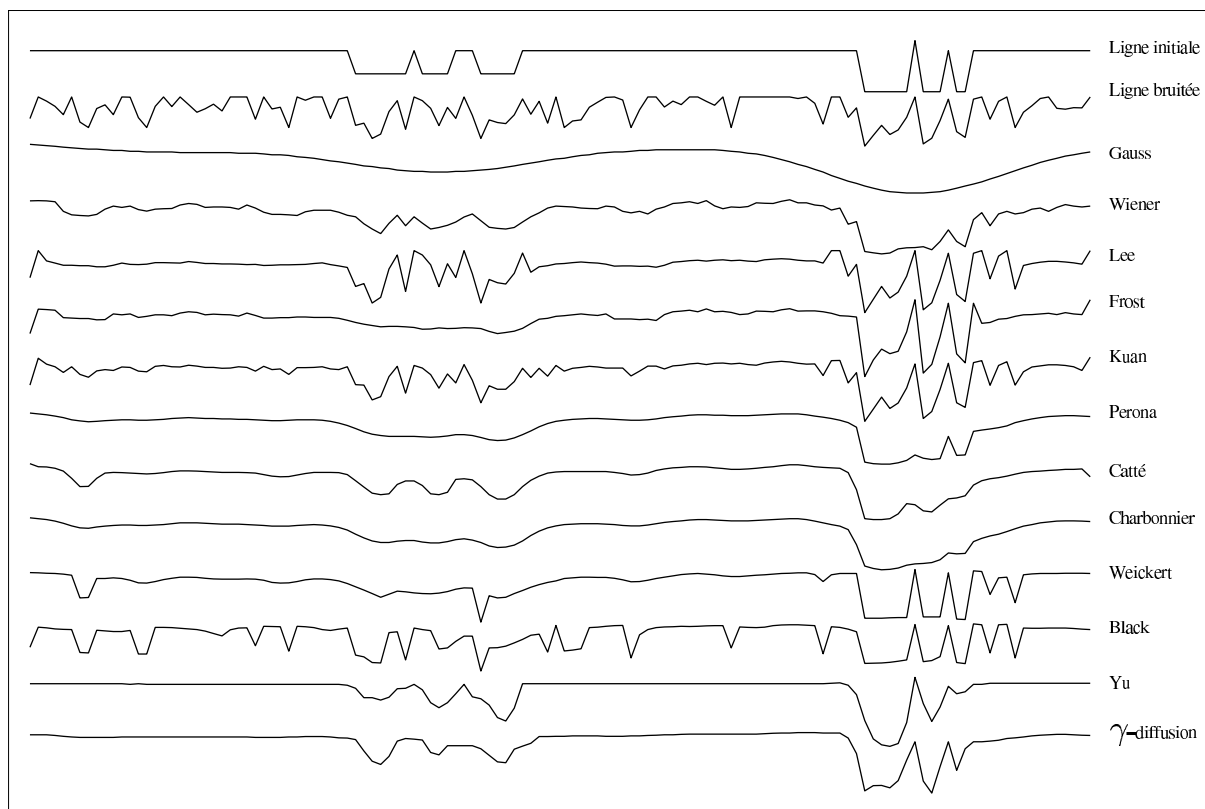


FIG. 4.18 – Résultats normalisés des différents filtres sur la colonne 80 de l'image bruitée.

Méthode	Biais	FOM	$V_T (\times 10^3)$	$C_T^2 (\times 10^6)$
Image Bruitée	0	-	4.7156	52.717
Gauss	0.42	0.01	0.84	1.02
Wiener	0.11	0.62	1.87	5.64
Lee	0.42	0.71	2.98	24.2
Frost	0.38	0.67	2.53	16.0
Kuan	0.91	0.64	2.41	15.1
Perona	0.01	0.74	1.85	5.58
Catte	0.01	0.69	2.15	7.78
Charbonnier	0.01	0.84	1.65	2.84
Weickert	0.01	0.53	2.55	16.0
Black	0.01	0.42	3.87	38.0
Yu	3.14	0.87	1.04	3.43
γ -diffusion	0.39	0.91	2.01	7.07

TAB. 4.4 – Statistiques des résultats de chaque filtre : Biais, Figure du Mérite (FOM), Variation totale (V_T) et Contraste total (C_T).

coefficient de diffusion peut devenir très largement supérieure à 1 et donc biaiser le résultat. La conservation de l'énergie est vérifiée pour notre filtre.

La plus haute figure du mérite est obtenue par la γ -diffusion, qui préserve mieux les contours, même par comparaison au filtre de Yu basé aussi sur une estimation du CV local.

Le filtre de Yu a comme prévu un meilleur score de variance totale (V_T). Les zones homogènes sont mieux lissées. Ce filtre a la particularité de diffuser largement l'image, au dépend des structures. Cela a d'ailleurs un effet sur le contraste total de l'image, très faible pour le filtre de Yu, ainsi que pour ceux de Charbonnier et Gauss.

Le meilleur contraste est obtenu par l'algorithme de Black qui arrête la diffusion au-delà d'un seuil sous-évalué. Un bon filtre doit trouver l'équilibre entre préservation des contours, lissage des zones homogènes et maintien de la netteté (contraste). Notre filtre répond à ces attentes dans le cas d'une image de synthèse. Dans la section suivante, nous analysons les résultats dans le cas d'images échographiques.

4.3.4 Résultats comparatifs sur des images échographiques

Afin de valider la γ -diffusion, nous mettons en œuvre des tests sur deux images échographiques réelles (Fig. 4.19). La première est une image échographique non cardiaque présentant des structures fines (Fig. 4.19(a)). La deuxième¹ montre le cœur d'un fœtus de 12 semaines (Fig. 4.19(b)). A cet âge, le ventricule gauche a une forme particulière à cause des trabéculations en pointe.

Présenter les résultats de tous les tests risque de noyer le lecteur. Nous faisons le choix de nous limiter à comparer notre méthode avec un filtre de chacun des domaines suivants : filtrage classique du speckle, diffusion non linéaire, diffusion non linéaire robuste, diffusion avec utilisation du CV local. Les filtres correspondants sont respectivement le filtre de Lee, le filtre de Perona, le filtre de Black et enfin le filtre de Yu.

4.3.4.1 Cas de l'image échographique non cardiaque

Résultats visuels :

La figure 4.20 présente les résultats des filtres de Lee, Perona, Black, Yu et de la γ -diffusion. On peut remarquer visuellement que la γ -diffusion produit l'image la plus nette, tout en préservant les contours importants de l'image initiale. Nous insistons sur cette caractéristique, car le filtre de Yu aboutit à un résultat très lisse, constant par morceaux mais où des contours importants ont été diffusés ou élargis.

Résultats sur les contours :

L'interprétation des données médicales nécessite de conserver l'information contenue dans l'image sans la déformer. Pour illustrer ces propriétés, la figure 4.21 présente les contours

¹Cette image ainsi que toutes les autres images échocardi-fœtales nous ont été fournies par la Clinique de Notre Dame de Perpignan, par l'intermédiaire du docteur Berreni.

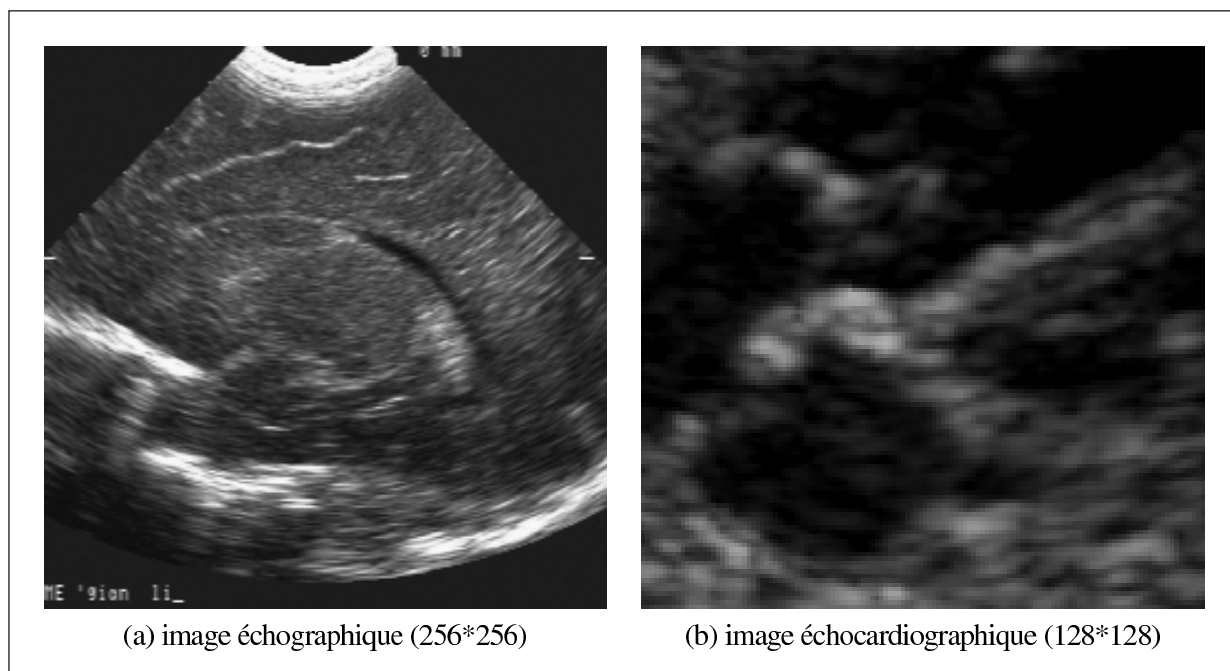


FIG. 4.19 – Images échographiques réelles utilisées pour les tests.

extraits des résultats de la figure 4.20. Ils sont obtenus à l'aide d'un simple filtre de Sobel, comme pour les images de synthèse. Pour chaque filtre, deux images sont affichées : l'ensemble des contours ainsi qu'un zoom sur une zone significative de l'image.

Les filtres de Lee et de Perona lissent les zones homogènes mais ne préservent pas suffisamment les contours. Le filtre de Black ne lisse pas les contours mais en détecte trop. A l'inverse, le filtre de Yu lisse trop l'image et déforme les éléments utilisables pour l'interprétation.

Notre filtre lisse les zones homogènes et préserve les contours. L'arc de cercle est un indicateur de la performance des différents filtres : seuls la γ -diffusion et Black le préservent. Le zoom sur les contours de l'image initiale permet de comparer visuellement la préservation des contours les plus importants et de juger le filtrage du bruit. Notre modèle correspond bien à nos attentes.

Statistiques :

Le tableau 4.5 contient les résultats quantitatifs des filtres sur l'image échographique non cardiaque. Les valeurs des biais sont similaires aux valeurs trouvées dans les autres tests. L'entropie générale est haute, comme prévu dans la présentation de ce critère (Sec. 4.3.1). On remarque que l'impression visuelle se retrouve dans ces estimations : le résultat de la γ -diffusion est le moins flou après celui de Black. Le résultat le plus flou est celui du filtre de Perona qui obtient la plus haute valeur. Le maximum d'information est évidemment contenu dans l'image initiale qui a la plus petite entropie. Le calcul de la variance totale de l'image est un peu faussé ; l'image contient plusieurs zones noires à cause de la

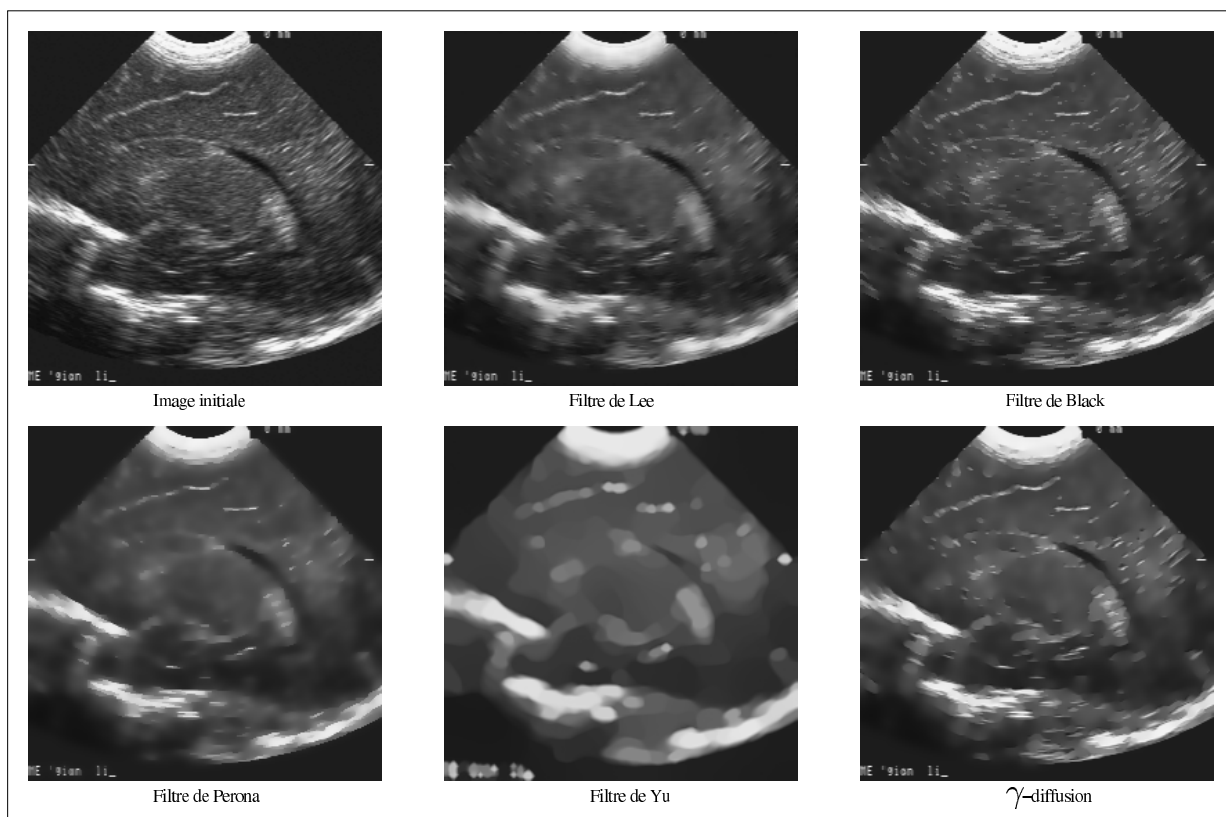


FIG. 4.20 – Résultats des filtres de Lee, Perona, Black, Yu et de la γ -diffusion sur une image échographique non cardiaque.

Méthode	Biais	Entropie	$V_T (\times 10^3)$	$C_T^2 (\times 10^6)$
Image initiale	0	10.89	2.15	19.3
Lee	0.23	10.91	1.87	9.37
Perona	0.02	10.92	1.87	8.67
Black	0.02	10.90	2.08	15.9
Yu	2.43	10.91	2.46	5.73
γ -diffusion	0.20	10.90	2.15	13.0

TAB. 4.5 – Statistiques des résultats des filtres sur l'image échographique non cardiaque.

forme de l'échographie. L'intensité moyenne du résultat compressé du filtre de Yu (et dans une moindre mesure de celle de la γ -diffusion) augmente. Les zones noires demeurant inchangées, la variance totale de l'image augmente. Ceci explique le fait que malgré un lissage visible des zones homogènes, la variance totale du résultat de la γ -diffusion est quasiment identique à celle de l'image initiale. La même constatation s'applique au filtre de Yu.

4.3.4.2 Cas de l'image échocardiographique fœtale

Paramètres utilisés :

La figure 4.22 montre les résultats après 500 itérations de diffusion pour un pas $\Delta t = 0.05$. σ est fixé à 10 pour le filtre de Perona. Il est estimé automatiquement pour les autres. Pour le filtre de Yu, $q_0 = 1$ et $\rho = 1/6$.

Pour le filtre de Lee, la zone considérée homogène pour le calcul du CV global est $\llbracket 80, 111 \rrbracket \times \llbracket 80, 111 \rrbracket$. Elle correspond aux tissus en bas à droite. Cependant le résultat trouvé est trop élevé par rapport au reste de l'image ; on l'a divisé par deux pour éviter que l'image soit uniformément lissée par un filtre moyennneur.

Résultats :

Globalement on retrouve des résultats similaires :

- le filtre classique de Lee est moins efficace à cause de la granularité importante du speckle. Ce filtre n'est pas progressif et donc difficilement contrôlable.
- le filtre de diffusion de Perona est mieux adapté aux images échographiques. On peut notamment contrôler le pas, le nombre d'itérations et la quantité de filtrage voulue. Cependant tout contour est diffusé et l'amplitude du gradient n'est pas un paramètre suffisamment robuste au speckle ;
- le filtre de Black a l'avantage, sur les autres filtres de diffusion classique, d'arrêter complètement la diffusion au-delà d'un seuil. Il se heurte ici aux fortes variations locales d'intensité dues au speckle et détecte des contours dans toutes les zones homogènes. Nous avons montré précédemment que ce filtre sous-évalue la valeur σ_e , la quantité de contours détectés ici en est une illustration ;
- le filtre de Yu permet un meilleur filtrage grâce à l'utilisation du coefficient de variation qui localise mieux les contours importants. Cependant la forme de son coefficient de diffusion et l'évaluation erronée des paramètres initiaux conduisent à un lissage qui dénature les structures. Les contours sont élargis ou disparaissent ;
- notre filtre permet de combiner l'utilisation du coefficient de variation et un coefficient de diffusion robuste. La réévaluation automatique du paramètre γ_e permet une reconsidération de la " nature " des pixels à chaque itération. On remarque que la forme des cavités est respectée. Les structures de l'image sont préservées. Toutefois, le lissage intra-régions est moins important que celui de Perona et de Yu, au profit d'un plus grand contraste sur les contours.

Visualisation :

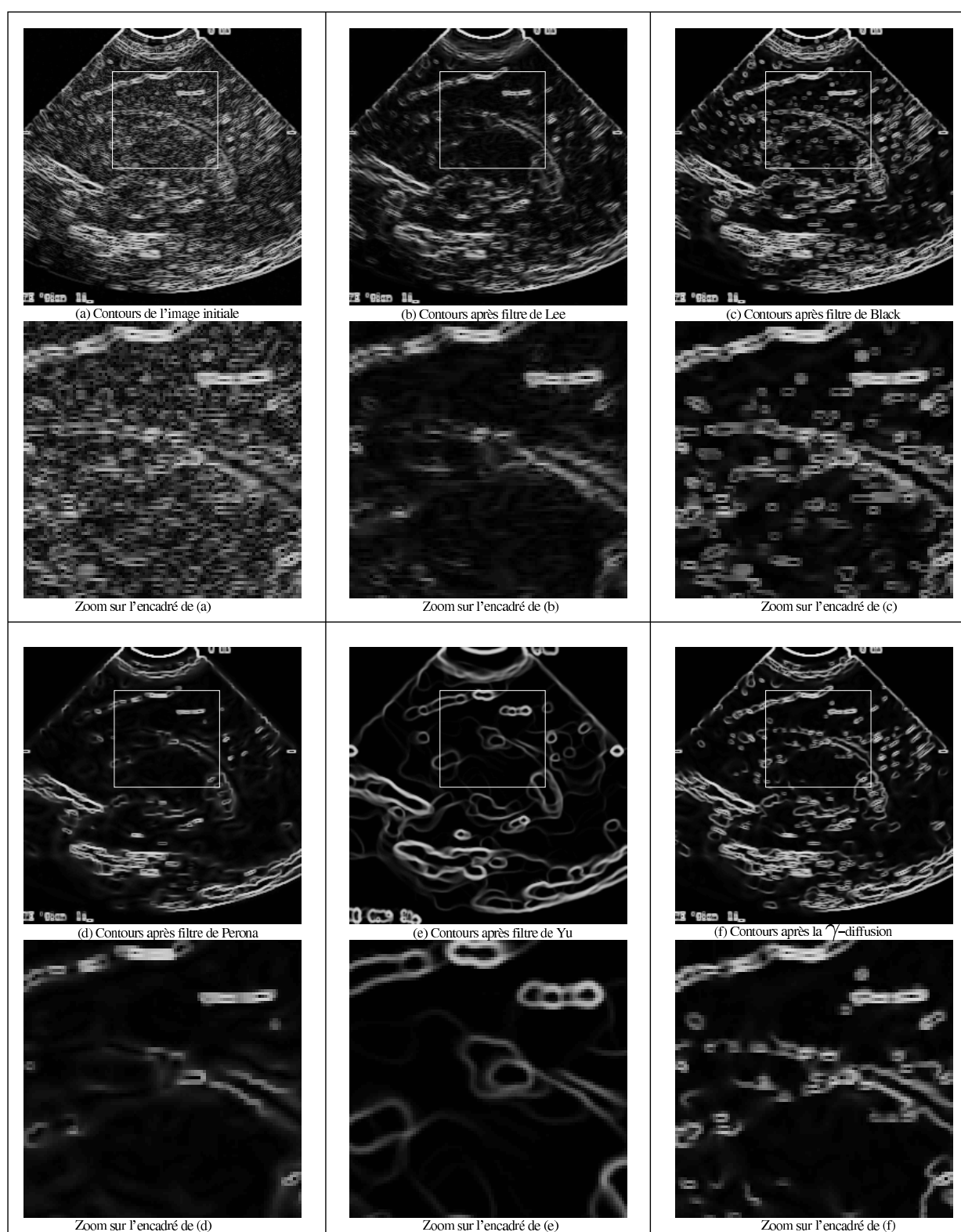


FIG. 4.21 – Contours des résultats des filtres sur l'image échographique non cardiaque.

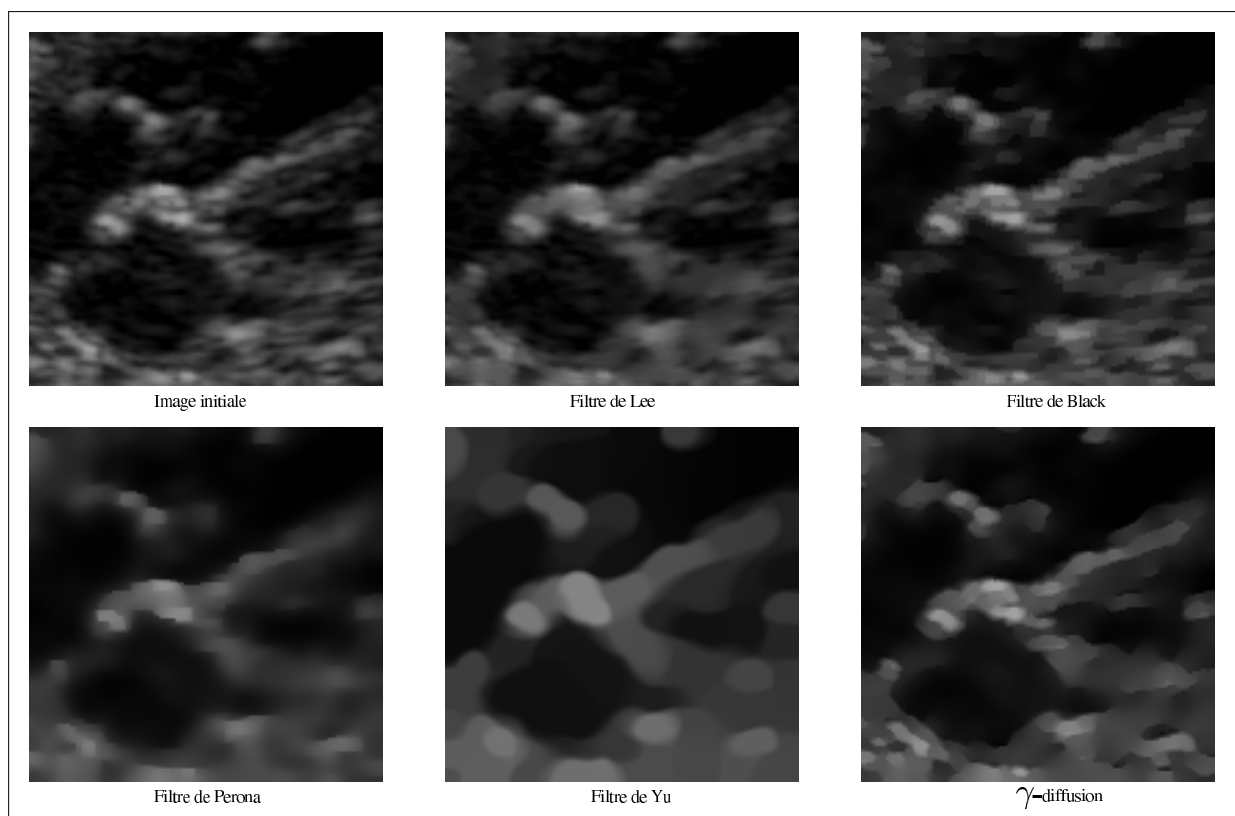


FIG. 4.22 – Résultats des filtres de Lee, Perona, Black, Yu et γ -diffusion sur une image échographique cardiaque d'un fœtus de 12 semaines.

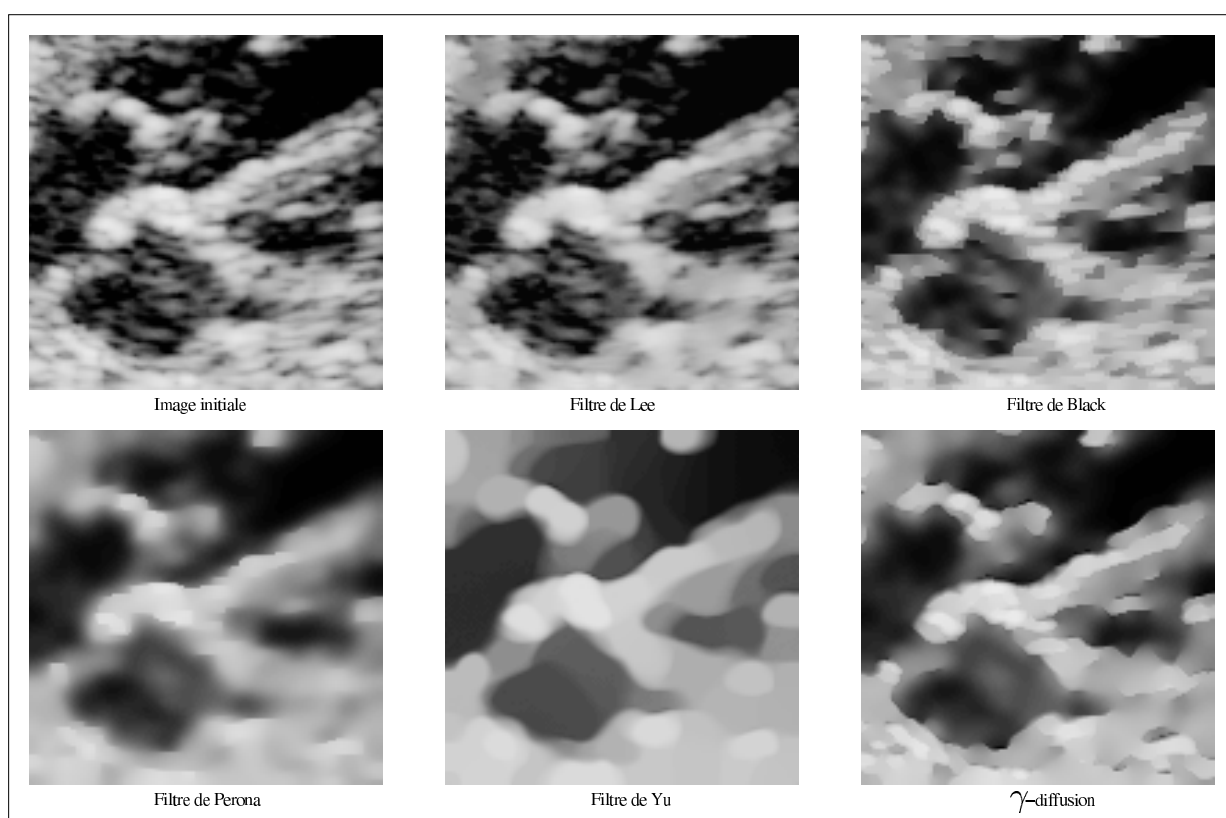


FIG. 4.23 – Mise en évidence du lissage des filtres sur l'image échocardiographique par rehaussement non linéaire des intensités.

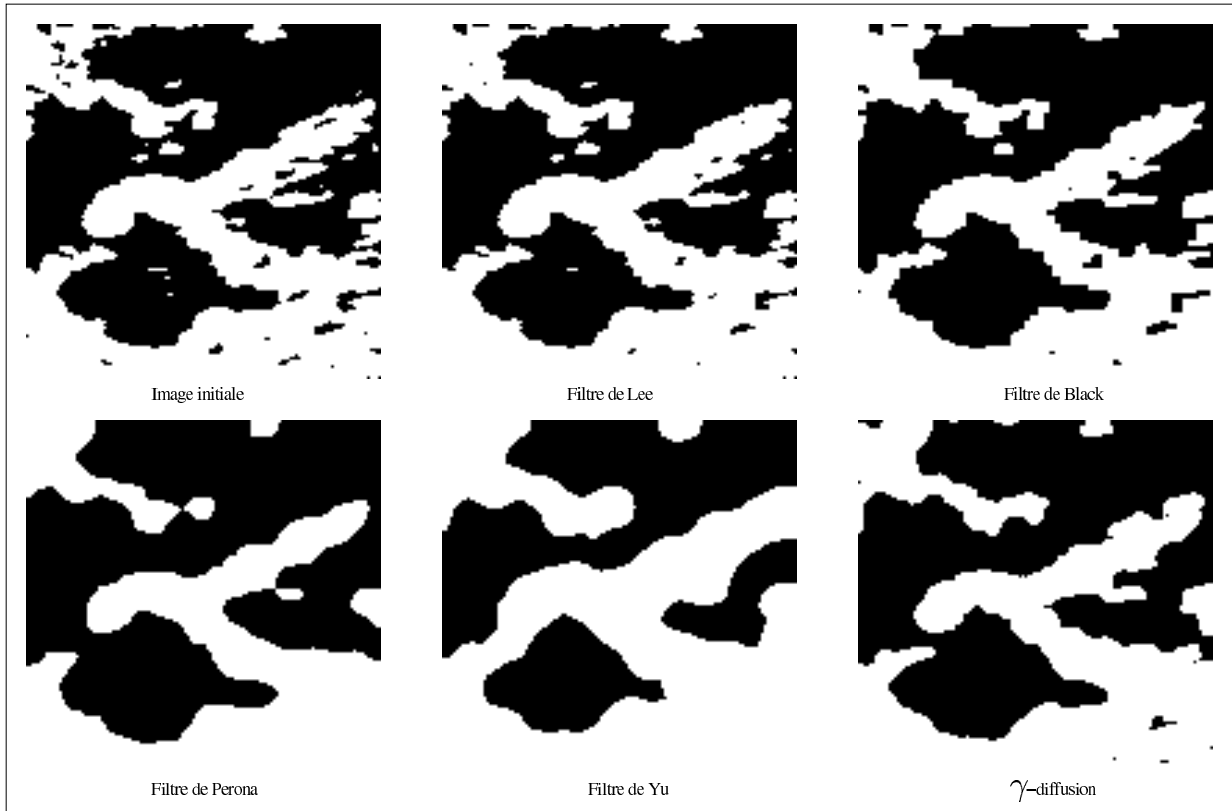


FIG. 4.24 – Seuillage des images de la figure 4.22.

Les résultats du filtrage sont parfois difficilement appréciables directement. Pour les mettre en évidence, nous avons rehaussé de manière non-linéaire l'intensité de chaque image. Nous utilisons une fonction strictement croissante pour ne pas modifier l'ordre des intensités. Les images ainsi traitées sont présentées sur la figure 4.23. Ce procédé met notamment en évidence la présence initiale de speckle à l'intérieur des cavités. Le filtrage intra-cavités est aussi mieux appréciable : les filtres de Lee et de Black ne lissent pas ces régions.

Les figures 4.24 et 4.25 présentent respectivement les résultats d'un seuillage des images filtrées et d'une détection de contours de type Sobel. Ces éléments permettent de comparer le respect des structures initiales et l'efficacité du lissage. On retrouve les résultats théoriques annoncés dans les sections précédentes.

Résultats quantitatifs :

Le tableau 4.6 contient les résultats quantitatifs des filtres sur l'image échocardiographique fœtale. On peut remarquer que globalement les résultats sont moyens. Cela est dû à la taille significative du grain. Les filtres ne sont pas biaisés. Le classement des entropies est conforme aux prévisions et aux autres tests. Le filtre de Black obtient la meilleure entropie car il ne filtre pas le bruit. La γ -diffusion obtient le deuxième score montrant une plus grande précision. Cet exemple illustre que la variance totale et le contraste total, pris

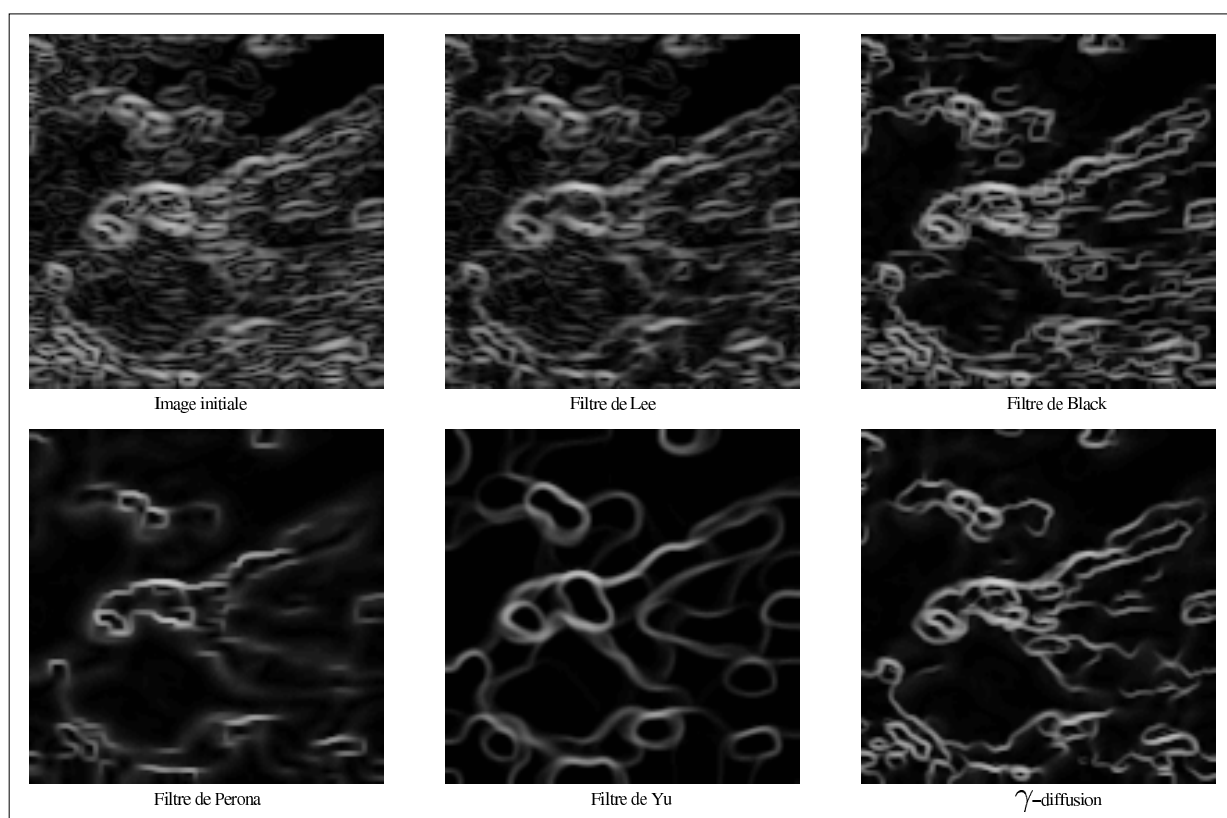


FIG. 4.25 – Détection des contours sur les images de la figure 4.22.

Méthode	Biais	Entropie	$V_T (\times 10^3)$	$C_T^2 (\times 10^6)$
Image initiale	0	9.25	1.06	1.83
Lee	0.3939	9.35	0.95	1.23
Perona	0.0031	9.37	0.80	0.60
Black	0.0034	9.29	1.02	1.63
Yu	0.0069	9.44	0.95	0.58
γ -diffusion	0.0035	9.34	1.00	1.32

TAB. 4.6 – Statistiques des résultats de chaque filtre sur l'image échocardiaque.

séparément, ne permettent pas de mesurer efficacement la qualité du filtrage. Une fonction de ces deux critères serait nécessaire.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un nouveau modèle de diffusion anisotrope robuste appelée γ -diffusion. Grâce au coefficient de variation local, à la fonction d'erreur robuste de Tukey et à l'estimation automatique des paramètres, ce filtre est conçu pour mieux réduire le speckle dans les images échographiques. Ces paramètres sont réévalués à chaque itération pour un contrôle plus précis de la diffusion : la classification des pixels dans des zones homogènes ou sur des contours évolue au cours du temps.

Le modèle proposé se démarque des techniques classiques par une préservation plus précise des structures de l'image et un meilleur filtrage. Des résultats sur des images de synthèse, échographiques et échocardiaques ont été présentés et comparés à de nombreux filtres utilisés couramment pour le speckle et les images échographiques. Une comparaison de l'influence des différents coefficients de diffusion de la littérature a montré la pertinence de notre coefficient de diffusion et ouvert des possibilités d'adaptation du paramètre γ à d'autres modèles.

La γ -diffusion est une méthode qui respecte les principes établis d'une diffusion sémantiquement correcte.

En outre, l'étude de l'influence des paramètres de simulation permet de conclure que le filtre est robuste aux différentes modélisations du speckle. Par contre il est sensible à la variation de la fonction d'étalement du point.

La nature et les résultats intéressants de la γ -diffusion rendent possible son intégration dans un processus de segmentation par contours actifs d'images affectées par du speckle. Nous développons dans le chapitre suivant une méthode de segmentation par B-spline snake fondée sur le coefficient de variation. Elle exploite les résultats de la γ -diffusion pour évaluer deux énergies externes contrôlant le snake.

Chapitre 5

Utilisation du CVL pour la segmentation par contours actifs

Résumé

Ce chapitre présente une technique de segmentation robuste des cavités cardiaques dans les images échographiques 2D, appelée Automatic B-spline Snakes (ABS). La méthode proposée repose sur l'utilisation des B-spline snakes. L'avantage de ce modèle est de travailler avec des courbes fermées dont la continuité est implicite. Nous proposons trois termes d'énergie que nous développons. Une énergie interne qui permet de maintenir un écart régulier entre les points de jonction du B-spline snake, impliquant une paramétrisation proche de l'abscisse curviligne. Cette contrainte permet une meilleure approximation du contour des cavités et assure la régularité du snake. Une énergie externe originale de plaquage est calculée à partir des amplitudes et directions du gradient d'une image de contours. Cette image est construite à partir des valeurs du coefficient de variation local obtenues après une γ -diffusion. L'énergie externe ainsi construite est plus robuste au speckle que les autres énergies de la littérature. La troisième énergie se base sur le champ de vecteurs gradients du coefficient de variation et permet l'expansion du snake. Nous présentons un modèle d'initialisation automatique, des techniques d'interpolation, de minimisation d'énergie, d'évolution et de rendu du snake. Les nombreuses expérimentations présentées en fin de chapitre montrent l'efficacité de l'algorithme. Les résultats sont comparés à la détection manuelle de médecins experts sur différents types d'images échographiques, ainsi qu'à d'autres méthodes de segmentation par contours actifs. Des critères quantitatifs et qualitatifs sont utilisés.

Introduction

Le filtrage de l'image échographique n'est pas une fin en soi, c'est une étape permettant d'améliorer les résultats de la segmentation. Dans ce chapitre, nous développons une technique de segmentation adaptée à ce type d'images. Nous utilisons les B-spline snakes pour segmenter les cavités cardiaques. L'intérêt majeur de cette approche est qu'elle exploite un contour déjà fermé. La connexité n'est plus à vérifier lorsque l'algorithme est terminé, contrairement aux détecteurs de contours traditionnels. En plus, ce traitement permet d'obtenir les coordonnées du contour de l'objet segmenté, sa surface et sa position ; alors que les filtres classiques de détection de contours traitent l'image globalement. L'utilisation des B-splines apporte aussi une continuité géométrique et analytique. Le modèle que nous proposons consiste à effectuer une première étape de diffusion anisotrope définie dans le chapitre précédent. Puis, comme dans tout modèle de contours actifs (Chap. 3), nous minimisons une fonctionnelle d'énergies. Celle-ci se compose de trois termes. Le premier est une nouvelle énergie externe basée sur l'amplitude et le gradient du coefficient de variation local. Elle rend notre approche plus efficace pour segmenter les images affectées par le speckle. Le deuxième terme est une énergie externe fondée sur le champ de vecteurs gradients du coefficient de variation. Elle assure l'expansion du snake et son guidage vers les contours. Le champ de vecteurs est aussi utilisé pour proposer une initialisation quasi-automatique originale pour contours actifs paramétriques. Enfin le troisième terme est une énergie interne analogue à celle proposée par Jacob [Jacob *et al.*, 2004]. Elle permet de forcer le B-spline snake à maintenir une paramétrisation uniforme. Nous démontrons qu'elle garantit la continuité géométrique du B-spline snake.

Ce chapitre se décompose comme suit. Dans la première section, nous rappelons brièvement les fondements mathématiques des splines. Dans la section 5.2, nous mettons en évidence l'intérêt d'utiliser les B-splines dans le cadre des snakes et nous étudions l'influence de la paramétrisation. L'énergie interne utilisée, dérivant de ces analyses, est présentée. Dans la section 5.3, nous présentons les modèles d'énergies externes de la littérature et nous développons les deux nouveaux termes d'énergies externes robustes au speckle. Ensuite, la section 5.4 présente l'initialisation automatique, l'interpolation initiale du contour et le modèle d'expansion de points du B-spline snake. Les détails du calcul des dérivées partielles des énergies externes et interne sont présentés dans la section 5.5. La section 5.6 regroupe les différentes expérimentations et la validation du modèle proposé.

5.1 Fondements des splines

5.1.1 Les splines

Les splines ont été découvertes dès le dix neuvième siècle par N. Lobachevsky. Elles étaient alors construites comme des convolutions de certaines distributions de probabilité [Farin, 1992]. La théorie moderne de l'approximation par **splines** a été introduite par I.J. Schoenberg en 1946 [Schoenberg, 1946] dans le cadre de la construction de coques de

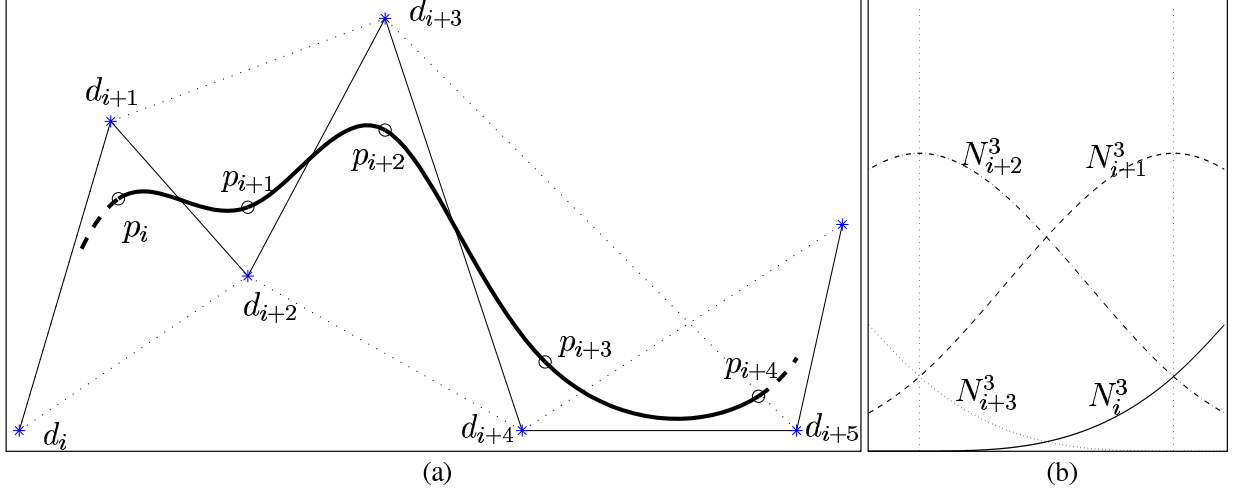


FIG. 5.1 – Spline cubique par morceaux et partition de l'unité des B-splines. (a) Décomposition d'une spline cubique. (b) Fonctions B-splines sur le segment $[t_i, t_{i+1}]$.

bateaux. Leur utilisation s'est répandue suite à l'article de Carl de Boor en 1972, dans lequel il propose une méthode récursive stable pour les calculer [De Boor, 1978a]. Les splines sont une généralisation des **courbes de Bézier**, permettant de construire des courbes complexes tout en contrôlant leur degré de continuité. Le principe est d'utiliser un assemblage de plusieurs polynômes (ou arcs de Bézier) de degré fixe. La courbe composite qui en résulte est appelée spline.

Une fonction $s(t)$ définie sur un intervalle $[a, b]$ est une fonction spline de degré $k > 0$ et d'ordre $(k + 1)$, avec pour *nœuds* (ou *points d'arrêt*) la séquence $\{t_j\}_{j=0,1,\dots,M-1}$, $t_0 = a, t_{M-1} = b, t_j < t_{j+1}$, si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Sur chaque intervalle $[t_j, t_{j+1}]$, $s(t)$ est un polynôme de degré inférieur ou égal à k .

$$t \in [t_j, t_{j+1}], s(t) \in P_k, j = 0, 1, \dots, M - 2; \quad (5.1)$$

où P_k est l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égal à k .

- La fonction $s(t)$ et ses $(k - 1)$ dérivées sont continues sur $[a, b]$

$$s(t) \in C^{k-1}[a, b]. \quad (5.2)$$

Un exemple de spline cubique et de son polygone de contrôle est présenté en figure 5.1. Les points d_i définissant le polygone de contrôle sont appelés **points de contrôle**. Les jonctions p_i entre les arcs sont appelés **points de jonction**.

Une fonction spline $s(t)$ est dite *périodique* si, en plus de ces conditions, elle satisfait :

$$s^{(l)}(a) = s^{(l)}(b), l = 0, 1, \dots, k - 1. \quad (5.3)$$

5.1.2 Choix de la paramétrisation

Une **paramétrisation** d'une courbe spline est une fonction spline f qui fait correspondre à chaque paramètre t un point p de la courbe. En particulier :

$$f(t_i) = p_i \quad (5.4)$$

où t_i est un nœud et p_i un point de jonction.

Dans la suite de ce document, nous considérons le cas des **splines uniformes**. Ce sont des splines dont la paramétrisation est uniforme : $t_i = i$.

Le choix d'une telle paramétrisation diminue considérablement la complexité des calculs (Sec. 5.1.3) et permet, pour une répartition des points de jonction régulière, de maintenir la continuité géométrique de la courbe (Sec. 5.2.1).

5.1.3 Les B-splines

Les B-splines sont des fonctions polynomiales par morceaux, définies sur un vecteur de nœuds. Les splines associées à un vecteur de nœuds peuvent être représentées en terme de combinaisons linéaires de fonctions B-splines. Les B-splines sont donc une **base de l'espace des splines** pour ce vecteur de nœuds (résultat démontré par Schoenberg [Schoenberg, 1946]). Dans le cas des splines uniformes d'ordre k , les fonctions de base $N_i^k(t)$ sont symétriques et construites par translation à partir des $(k + 1)$ convolutions de l'impulsion rectangulaire N^0 (eq.5.5, eq.5.6) :

$$N_0^0(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } t \in [0, 1], \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.5)$$

$$N_0^k(t) = \underbrace{N_0^0 * N_0^0 * \dots * N_0^0(t)}_{(k+1)\text{fois}} \quad (5.6)$$

$$N_i^k(t) = N_0^k(t - i) \quad (5.7)$$

5.1.3.1 Quelques caractéristiques des B-splines

Nous considérons dans cette section les splines générales. Considérons une suite de points $T = (t_0, \dots, t_m)$ et posons :

$$\omega_{i,k}(t) = \begin{cases} \frac{t-t_i}{t_{i+k}-t_i} & \text{si } t_i \neq t_{i+k}. \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad \text{pour } 1 \leq k \leq m + 1 - i, \quad (5.8)$$

Nous pouvons énumérer les propriétés suivantes des B-splines :

1. Les fonctions B-splines sont définies de manière récursive :

$$N_i^k(t) = \omega_{i,k}(t)N_i^{k-1}(t) + (1 - \omega_{i+1,k}(x))N_{i+1}^{k-1}(t); \quad (5.9)$$

2. Elles ont un support local :

$$N_i^k(t) = 0 \quad \text{si } t \notin [t_i, t_{i+k+1}]; \quad (5.10)$$

3. Les valeurs sont positives ou nulles : $N_i^k(x) \geq 0$;

4. Elles forment une partition de l'unité :

$$\forall (k, t) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R} \quad \sum_{i=-\infty}^{\infty} N_i^k(t) = 1; \quad (5.11)$$

5. Elles sont unimodales.

La propriété (1) seule ou les propriétés (2) à (4) caractérisent les B-splines. Elles ont, en outre, d'autres propriétés, tel que le respect de la convexité, des règles d'intégration et de dérivation [De Boor, 1978b; Schumaker, 1981; Yamaguchi, 1988; Dierckx, 1993].

5.1.4 Les courbes splines comme combinaison des B-splines

Les splines sont caractérisées de manière unique par leur décomposition dans la base B-splines. Cette décomposition s'écrit :

$$s(t) = \sum_{i=0}^M d_i N_i^k(t), \quad t \in [t_0, t_M] \quad (5.12)$$

où les $N_i^k(t) = N_0^k(t - i)$ sont les translations de la B-spline centrale de degré k . $M - 1$ est le nombre de nœuds de la courbe. La fonction $N_i^k(t)$ est le poids attribué au point de contrôle d_i dans le calcul du point d'abscisse curviligne t . La figure 5.1(b) représente l'influence des B-splines cubiques pour le calcul d'une spline sur l'intervalle $[t_i, t_{i+1}]$. Une spline est entièrement définie par ses points de contrôle d_i qui forment le polygone de contrôle (Fig. 5.1(a)).

Un exemple de la décomposition de splines est présenté en section 5.2.1.1 dans la figure 5.2 pour le cas de deux splines fermées. Les graphes sur la partie droite de la figure sont les décompositions de $s(t) = (x(t), y(t))$.

5.1.5 Les B-splines dans le contexte des snakes

Les snakes, présentés dans le chapitre 3, sont des courbes fermées dont l'évolution est régie par la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie. Les splines s'intègrent efficacement dans le modèle des snakes, puisqu'elles permettent de caractériser par un vecteur de points de contrôle une courbe paramétrique continue. Lorsqu'on utilise une spline pour représenter la courbe du snake, le modèle est appelé B-snake ou B-spline snake [Menet *et al.*, 1990].

L'intérêt de l'utilisation des B-splines vient de ses propriétés implicites, notamment :

Un contrôle local : La modification d'un point de contrôle ne modifie qu'une partie de la courbe. Cela provient du fait que les fonctions de base des B-splines sont à support borné.

Un contrôle de la continuité : Les splines uniformes d'ordre $k + 1$ (donc de degré k) sont C^{k-1} continues.

Une invariance par transformation affine : Calculer la transformation affine d'une B-spline est équivalent à calculer la B-spline de la transformation affine des points de contrôle qui la définissent.

L'énergie d'un B-spline snake est calculée en substituant $v(t)$ par $s(t)$ dans l'équation du modèle introduit par Kass et Witkin [Kass et al., 1988] :

$$E_{\text{snake}} = E_{\text{interne}}(s(t)) + E_{\text{externe}}(s(t)) + E_{\text{image}}(s(t)) \quad (5.13)$$

Dans [Kass et al., 1988], le terme d'énergie externe E_{externe} regroupe les énergies qui sont définies par l'utilisateur pour imposer des contraintes supplémentaires. Ce sont par exemple des notions de distance à un patron ou à des points arbitraires qui attirent ou repoussent le snake. Cependant, dans la littérature le terme d'énergie externe fait parfois référence à un terme regroupant E_{externe} et E_{image} . En considérant que l'image est un élément extérieur au snake, nous adaptons le terme d'énergie externe pour désigner aussi bien E_{externe} que E_{image} .

5.1.5.1 Cas des splines cubiques

Dans la suite de ce chapitre, nous nous plaçons dans le cadre des **B-splines cubiques**. Ces splines permettent de minimiser la courbure des snakes (Sec. 5.2.2.1). De plus, il n'est pas nécessaire d'utiliser des B-splines d'ordre supérieur puisque l'œil humain ne peut pas remarquer des discontinuités géométriques d'ordre supérieur à 2. La fonction $N_i^3(t)$ des B-splines cubiques s'écrit de la manière suivante :

$$N_0^3(t) = \begin{cases} \frac{-t^3+3t^2-3t+1}{6}, & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ \frac{3(t-1)^3-6(t-1)^2+4}{6}, & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ \frac{-3(t-2)^3+3(t-2)^2+3(t-2)+1}{6}, & \text{si } 2 \leq t < 3 \\ \frac{(t-3)^3}{6}, & \text{si } 3 \leq t < 4 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.14)$$

et

$$N_i^3(t) = N_0^3(t - i). \quad (5.15)$$

Les B-spline dans le contexte du traitement d'image, et notamment de la segmentation par contours actifs, ont été très largement étudiées par Unser [Unser et al., 1993; Unser, 1999; Brigger et al., 2000; Precioso et al., 2003; Jacob et al., 2004].

5.2 Continuité géométrique et énergie interne

5.2.1 Pertinence de la paramétrisation uniforme

A partir d'un contour initial tracé à la main ou généré automatiquement (Sec. 5.4.1), M points sont sélectionnés. Ces points sont les jonctions entre les arcs de la spline d'in-

terpolation. Nous notons $\{p_i\}_{i=0\dots M-1}$ ces points. Tout comme les points de contrôle, les points de jonctions caractérisent une spline uniforme.

5.2.1.1 Influence de la paramétrisation et de la disposition des points de jonction

Pour être efficace, une paramétrisation doit se rapprocher le plus possible de la “géométrie” des points [Farin, 1992]. Pour une paramétrisation donnée, le snake peut être vu comme une trajectoire paramétrée par le temps. On cherche à parcourir la courbe à vitesse constante pour obtenir la paramétrisation la plus régulière : celle par l’abscisse curviligne.

Lorsque la paramétrisation est uniforme, $s(t)$ passe le même “temps” entre deux points successifs sans tenir compte de leur distance relative le long de la courbe. S’il y a un changement brutal de distance entre deux points de jonction successifs, la courbe n’a plus la même **continuité géométrique**. Pour palier ce problème, certaines paramétrisations tiennent compte de la distance entre les points, notamment celles de *la longueur de corde*, *centripète*, et de *Foley* [Foley, 1987].

Le problème peut être pris dans l’autre sens dans le cas des B-spline snakes. Ayant choisi de travailler avec des splines uniformes, pour interpoler au mieux la courbe, les points de jonction doivent se répartir de la manière la plus uniforme possible sur sa longueur. Si les points se répartissent de manière irrégulière le long du contour, les arcs de la courbe ayant des extrémités éloignées ne représentent pas correctement le contour.

Pour une **meilleure régularité du contour et pour se rapprocher d’une paramétrisation par l’abscisse curviligne**, nous choisissons les points de jonction à intervalles réguliers sur la courbe initiale et une paramétrisation uniforme.

Le choix d’une telle paramétrisation entraîne une vérification de la disposition des points de jonction à chaque itération pour maintenir une distance régulière. Nous résolvons ce problème de régularité de la distance par l’utilisation d’une énergie interne définie ci-après.

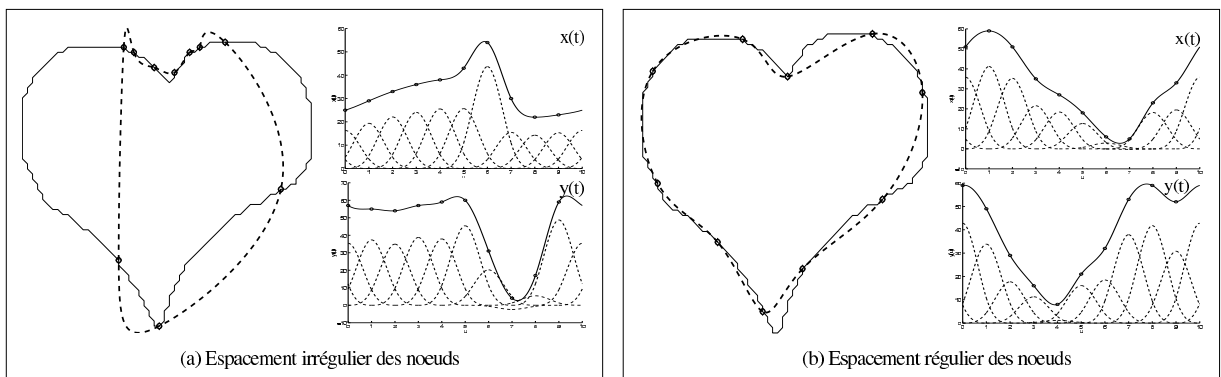


FIG. 5.2 – Interpolation d’une courbe 2D par 10 nœuds avec paramétrisation uniforme. Décompositions des splines 1D correspondantes. (a) interpolation avec écartement irrégulier des points de jonction. (b) interpolation avec écartement régulier des points de jonction.

5.2.1.2 Exemple d'interpolation

La figure 5.2 présente deux ensembles de points de jonction et les courbes splines $s(t) = (x(t), y(t))$ correspondantes (les B-snakes). Les deux splines utilisent 10 nœuds. La courbe initiale à interpoler comporte 162 points. Les splines unidimensionnelles $x(t)$ et $y(t)$ sont représentées sur la droite de chacune des splines 2D. Les splines unidimensionnelles sont tracées en trait continu, et les fonctions B-splines basiques, pondérées par les points de contrôle, sont tracées en pointillés. Sur les splines 2D, les points encerclés de la courbe sont les points de jonction. Ils correspondent aux valeurs entières de la paramétrisation uniforme. La première spline (Fig. 5.2(a)) comporte des points de jonction régulièrement espacés ; alors que la deuxième (Fig. 5.2(b)) présente une répartition irrégulière des points de jonction. Ces derniers se rassemblent pour la plupart sur le sommet du cœur. Le placement des points est volontairement exagéré pour montrer les différents effets que peut amener un espacement non uniforme des points de jonction, notamment :

- La forme générale n'est plus respectée ; ceci parce que les différentes parties de la courbe ne sont pas interpolées par le même nombre de nœuds.
- Le pic en haut à gauche de la figure 5.2(b) ne correspond à aucun point de jonction. Il apparaît à cause de l'incohérence entre la paramétrisation et l'espacement des points de jonction.

Maintenir un espace régulier entre les points de jonction, en relation avec la paramétrisation, est donc essentiel pour la cohérence du résultat.

5.2.2 Pertinence des B-spline snakes et énergie interne

Nous discutons ici de l'intérêt des B-splines dans le cadre des snakes. La plupart des approches paramétriques des snakes reposent sur les propriétés intrinsèques de modèles pour assurer une faible courbure [Brigger *et al.*, 2000; Staib and Duncan, 1992; Chakraborty *et al.*, 1996]. Nous reprenons des résultats présentés par Brigger [Brigger *et al.*, 2000] et Jacob [Jacob *et al.*, 2004] pour démontrer la pertinence des B-splines snakes et pour justifier notre modèle d'énergie interne.

Brigger *et al.* démontrent que la solution d'un snake, dont l'énergie interne repose uniquement sur la norme de la dérivée seconde de la courbe, est une B-spline cubique dont les nœuds sont sur les valeurs entières du paramètre. Il a été soulevé récemment que cela reste insuffisant pour garantir la continuité géométrique du snake [Jacob *et al.*, 2004].

Nous démontrons d'abord que, sous l'hypothèse d'une paramétrisation par l'abscisse curviligne, l'énergie interne de la fonctionnelle de Kass et Witkin peut être ramenée au cas particulier de l'énergie interne de Brigger [Brigger *et al.*, 2000]. Nous démontrons ensuite que la solution qui minimise la fonctionnelle est une spline cubique. Nous montrons finalement qu'une énergie interne est nécessaire pour contraindre le snake à respecter l'hypothèse initiale. A l'issue de ces démonstrations, nous présentons le modèle d'énergie utilisé.

5.2.2.1 De l'intérêt de l'utilisation des B-splines uniformes

Le modèle des snakes introduit par Kass et Witkin consiste à trouver la courbe minimisant une fonctionnelle d'énergie (Chap. 3).

Proposition :

Le modèle d'énergie interne défini par Kass et Witkin [Kass et al., 1988] se ramène, sous l'hypothèse de la paramétrisation par l'abscisse curviligne, à l'intégrale du carré de la dérivée seconde de la courbe :

$$E_{\text{interne}} = \int_0^M \left(\frac{d^2 s(t)}{dt^2} \right)^2 dt. \quad (5.16)$$

Preuve :

L'énergie interne contrôle la raideur et la tension du snake. Le modèle de Kass et Witkin [Kass et al., 1988] propose pour énergie interne, une combinaison linéaire entre la tension de la courbe (qui est liée à sa longueur si le nombre de nœuds est fixe) et l'intégrale du carré de sa courbure. Soit $g(t) = (x(t), y(t))$ une courbe paramétrique quelconque définie sur $t \in [0, M]$. L'expression de son énergie interne s'écrit :

$$E_{\text{interne}} = \lambda_1 \underbrace{\int_0^M (x'(t)^2 + y'(t)^2)^{\frac{1}{2}} dt}_{\text{tension de la courbe}} + \lambda_2 \int_0^M \underbrace{\left(\frac{x''(t)y'(t) - x'(t)y''(t)}{(x'(t)^2 + y'(t)^2)^{\frac{3}{2}}} \right)^2}_{|\kappa(g(t))|^2} dt \quad (5.17)$$

où $\kappa(g(t))$ est la courbure au point $g(t)$. Soit e_m l'écart d'abscisse curviligne moyen entre deux points de la courbe de paramètres entiers :

$$e_m = \frac{1}{M} \int_0^M (x'(t)^2 + y'(t)^2)^{\frac{1}{2}} dt. \quad (5.18)$$

Si l'on paramètre la courbe par son abscisse curviligne alors :

$$|g'(t)|^2 = |x'(t)|^2 + |y'(t)|^2 = e_m^2, \quad \forall t. \quad (5.19)$$

Le terme sous la deuxième intégrale de (eq.5.17) peut s'écrire vectoriellement [Jacob et al., 2004] :

$$|\kappa(g(t))|^2 = \frac{(g'(t) \times g''(t)) \cdot (g'(t) \times g''(t))}{|g'(t)|^6} \quad (5.20)$$

où " \times " désigne le produit vectoriel et " \cdot " le produit scalaire. En utilisant le fait que $a \cdot (b \times c) = c \cdot (a \times b)$, on peut réécrire le numérateur :

$$\begin{aligned} (g' \times g'') \cdot (g' \times g'') &= g'' \cdot (g' \times g'' \times g') \\ &= g'' \cdot (g''(g' \cdot g') - g'(g' \cdot g'')) \\ &= |g''|^2 |g'|^2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

car $g' \cdot g'' = \frac{1}{2}(g'^2)' = 0$ puisque $|g'|$ est constant ($|g'| = e_m$). On peut donc écrire :

$$|\kappa(g(t))|^2 = \frac{|g''(t)|^2}{e_m^4} \quad (5.22)$$

et

$$\int_0^M |\kappa(g(t))|^2 dt = \frac{1}{e_m^4} \int_0^M \underbrace{(|x''(t)|^2 + |y''(t)|^2)}_{|g''(t)|^2} dt. \quad (5.23)$$

Considérons que l'énergie externe du snake est calculée sur un ensemble de points K qui correspond à un échantillonnage de la courbe. En négligeant le premier terme de l'énergie interne de Kass et Witkin, l'énergie totale à minimiser peut alors s'écrire :

$$E_{\text{snake}} = \sum_{k \in K} E_{\text{externe}}(g(k)) + \lambda \int_0^M \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} \right)^2 dt \quad (5.24)$$

Théorème [Brigger *et al.*, 2000]

Si l'on suppose qu'une solution à ce problème (Eq. 5.24) existe, **la solution est une B-spline dont les points de jonction sont les points de K .**

Nous redémontrons ici ce résultat.

Démonstration

Appelons $g_{\text{Bs}}(t)$ l'interpolation cubique par morceau de $g(t)$ dont les points de jonction sont situés dans l'ensemble K : $g_{\text{Bs}}(k) = g(k), \forall k \in K$. On peut réécrire l'équation (5.24) par :

$$E_{\text{snake}} = \sum_{k \in K} E_{\text{externe}}(g_{\text{Bs}}(k)) + \lambda \int_0^M \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} \right)^2 dt. \quad (5.25)$$

ce qui ne change pas la valeur du terme d'énergie externe. Pour réécrire le deuxième terme nous faisons référence aux résultats de Schoenberg [Schoenberg, 1973] :

$$\int_0^M \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} \right)^2 dt = \int_0^M \left(\frac{d^2 g_{\text{Bs}}(t)}{dt^2} \right)^2 dt + \int_0^M \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} - \frac{d^2 g_{\text{Bs}}(t)}{dt^2} \right)^2 dt. \quad (5.26)$$

Soit :

$$E_{\text{snake}} = \sum_{k \in K} E_{\text{externe}}(g_{\text{Bs}}(k)) + \int_0^M \left(\frac{d^2 g_{\text{Bs}}(t)}{dt^2} \right)^2 dt + \int_0^M \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} - \frac{d^2 g_{\text{Bs}}(t)}{dt^2} \right)^2 dt. \quad (5.27)$$

Par hypothèse, une solution $g^*(t)$ pour laquelle E_{snake} est minimale existe. Soit $\hat{g}(t)$ une solution, alors $E_{\text{snake}}(\hat{g}_{\text{Bs}}) \leq E_{\text{snake}}(\hat{g})$. Les deux premiers termes sont égaux, cependant le troisième terme est nul pour \hat{g}_{Bs} . Le snake optimal est donc une spline cubique dont les points de jonction sont sur les valeurs entières de la paramétrisation.

5.2.2.2 Nécessité d'une énergie interne

Pour établir l'équation 5.24, nous avons fait l'hypothèse d'une paramétrisation par l'abscisse curviligne (Eq. 5.19). Cette hypothèse n'est pas mentionnée par Brigger et al. dans leur démonstration du théorème [Brigger *et al.*, 2000]. Pourtant, lors de l'évolution du snake, les points de jonction se déplacent. Nous avons vu que les courbes B-splines uniformes peuvent comporter de fortes courbures géométriques quand les points de jonction s'accumulent dans une région de la courbe. C'est notamment le cas quand aucune contrainte sur leur disposition n'est imposée lors de l'évolution : les points de jonction peuvent se regrouper dans les régions de très faible énergie externe.

L'utilisation de B-spline n'est donc pas suffisante pour s'affranchir de toute énergie interne. Pour respecter l'hypothèse d'une paramétrisation par abscisse curviligne on peut :

- soit s'assurer que les points de jonction évoluent vers des positions qui respectent une paramétrisation proche de celle par abscisse curviligne (à une transformation affine près),
- soit modifier la paramétrisation pour retrouver la paramétrisation par abscisse curviligne à partir des nouvelles positions des points de jonction.

Nous avons choisi d'utiliser une paramétrisation uniforme. Pour que celle-ci se rapproche de la paramétrisation par l'abscisse curviligne, il faut que la distance entre les points de jonction soit la plus régulière possible. Nous adoptons, à cette fin, une énergie interne qui pénalise les courbes dont les points de jonction sont irrégulièrement disposés.

Cette énergie interne possède un minimum qui correspond à une répartition homogène des points de jonction sur la courbe [Jacob *et al.*, 2004]. Elle pénalise le snake quand le pas infinitésimal sur la courbe s'écarte du pas infinitésimal moyen :

$$E_{\text{interne}} = \oint \left| |s'(u)|^2 - e_m^2 \right|^2 du. \quad (5.28)$$

Lorsque la courbe évolue avec cette contrainte, les points de jonction se déplacent dans la direction tangente et se placent régulièrement sur l'abscisse curviligne.

Durant l'évolution de la courbe, la longueur est recalculée pour mettre à jour le paramètre e_m . On estime la valeur de l'intégrale par une discrétisation. On échantillonne la courbe avec un taux T : sur chaque segment, T points régulièrement espacés sont interpolés. La valeur de la longueur totale de la courbe s'écrit :

$$\text{Longueur}(s) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{MT-1} \sqrt{x' \left(\frac{i}{T} \right)^2 + y' \left(\frac{i}{T} \right)^2}. \quad (5.29)$$

Plus T est grand plus cette valeur s'approche de la longueur d'arc du B-spline snake.

5.2.3 Contrôle dynamique de la rigidité de la courbe

5.2.3.1 Nécessité d'un paramètre de rigidité

Utiliser une énergie qui pénalise un écart irrégulier des points de jonction n'est pas suffisant pour définir la rigidité du snake. Pour une longueur donnée, plus il y a de points

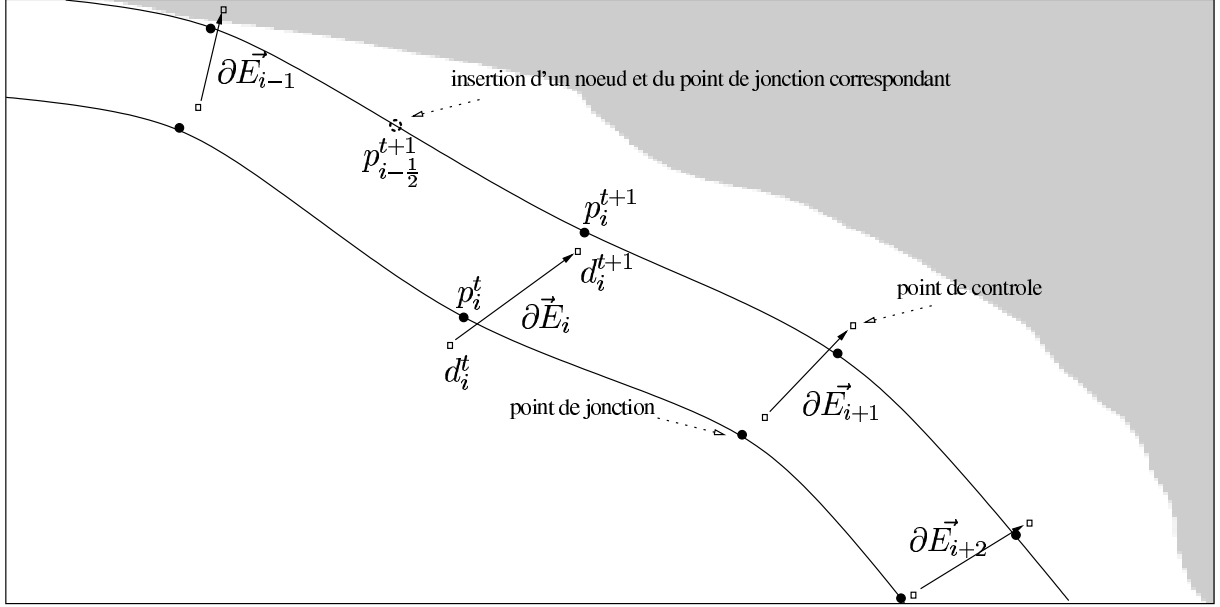


FIG. 5.3 – Schéma d'insertion dynamique d'un point de jonction.

de jonction plus la courbe est souple. Inversement, pour un nombre de points de jonction fixé, plus la courbe est longue moins elle est souple. Fixer un de ces deux paramètres et laisser l'autre libre n'est donc pas envisageable car cela conduirait à une rigidité variable. Nous proposons d'utiliser un paramètre Λ définissant la longueur d'arc moyenne à respecter entre deux points de jonction et de faire évoluer dynamiquement le nombre de points de jonction de la courbe en fonction de sa longueur.

5.2.3.2 Mise à jour dynamique du nombre de nœuds

Pour ne pas avoir à prévoir le nombre de nœuds à utiliser, nous comparons l'écart moyen e_m à un seuil haut Λ_{haut} et un seuil bas Λ_{bas} . Si la distance est trop grande ($e_m > \Lambda_{\text{haut}}$), un point de jonction est ajouté sur le segment le plus long pour rendre la courbe plus flexible. Au contraire, si la distance est trop basse ($e_m < \Lambda_{\text{bas}}$), on enlève le plus petit segment pour lisser le snake. La figure 5.3 montre l'exemple de l'insertion d'un point de jonction lors de l'évolution d'un B-spline snake.

Dans la section suivante, nous présentons l'algorithme de détection des contours utilisant le coefficient de variation (CV) local (Chap 3); puis nous développons deux modèles originaux d'énergie externe adaptés aux images échographiques.

5.3 Energies externes du B-spline snake

Dans cette section nous présentons les deux énergies externes ayant pour but d'attirer le B-spline snake sur les contours de l'image. Depuis l'introduction des contours actifs

par Kass et Witkin [Kass *et al.*, 1988], de nombreux modèles d'énergies externes ont été proposés. Une bibliographie précise de ces modèles a été présentée dans le chapitre 3. Nous commençons par présenter la génération d'une carte de contours du coefficient de variation exploitant la γ -diffusion (Chap. 4). Les deux énergies externes de B-spline snake se calculent à partir de cette carte.

La première énergie externe, développée ci-dessous, est basée sur le gradient directionnel du coefficient de variation local. Elle plaque la courbe contre les contours. La seconde énergie externe repose sur le champ de flux des vecteurs gradients du coefficient de variation local. Elle permet d'attirer la courbe vers le contour avec une plus grande portée. Elle permet aussi de contourner le problème délicat de l'initialisation, comme nous le montrons en section 5.4.1.

5.3.1 Carte des contours du coefficient de variation

5.3.1.1 Intérêt de la carte

Les modèles par contours actifs paramétriques sont connus pour être sensibles au bruit [Precioso *et al.*, 2003]. Dans ce chapitre, nous désirons améliorer la robustesse des B-spline snakes face au speckle.

Le coefficient de variation local est une mesure qui permet de détecter les contours lorsqu'elle est comparée à son estimation globale (Chap 3). Nous proposons de l'adapter pour le rendre exploitable dans le développement de nouvelles énergies externes. On génère une image contenant les valeurs du CV local significativement supérieures au CV global. En ce sens cette image est une carte des contours.

Nous utilisons l'amplitude et la direction du gradient du CV local ; nous montrons dans la section suivante, à travers un exemple, que cela améliore la robustesse au speckle.

5.3.1.2 Légitimité de la carte

La figure 5.4 illustre l'intérêt d'utiliser le gradient du CV local dans le cas du speckle. Nous avons introduit un speckle synthétique dans une image contenant deux régions homogènes. Nous avons ensuite calculé les directions et les amplitudes du gradient de l'intensité et celles du gradient du CV local. Il apparaît clairement que les gradients du CV local sont orthogonaux au contour contrairement aux gradients de l'intensité.

5.3.1.3 Nécessité du pré-filtrage anisotrope

Appliquer directement l'opérateur de CV local sur les images échographiques affectées par un fort speckle produit de faux contours et ne permet pas de détecter les contours faibles. C'est un scénario similaire à celui où on recherche les contours à l'aide des opérateurs de gradient ou de Laplacien dans des images optiques bruitées. Nous utilisons donc une méthode indirecte. Nous intégrons d'abord le processus de diffusion anisotrope, présenté dans le chapitre 4, dans un algorithme plus général de détection de contours dans les

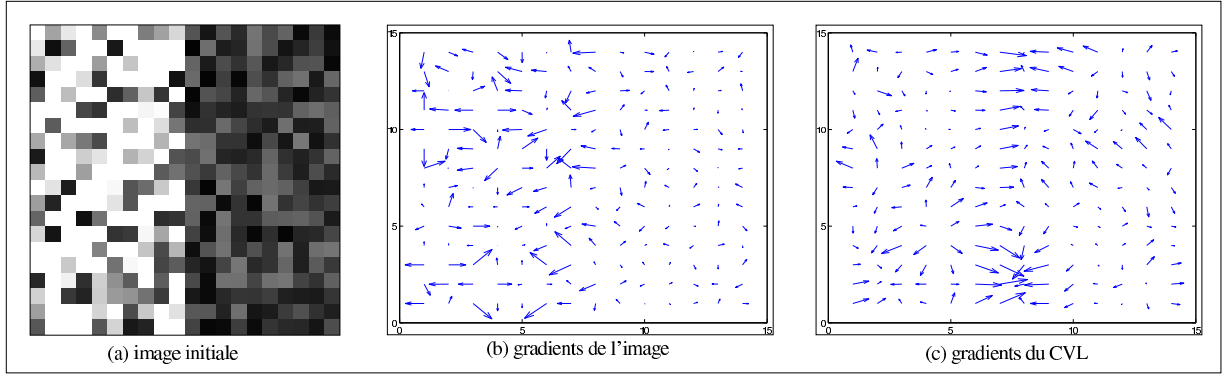


FIG. 5.4 – (a) Image initiale bruitée. (b) Carte des gradients de l'intensité. (c) Carte des gradients du CV local.

images échographiques. Cette étape est similaire au prétraitement par diffusion anisotrope classique (basée sur le gradient de l'intensité) dans le domaine de l'imagerie optique.

5.3.1.4 Génération de la carte

Nous procédons à une diffusion anisotrope (γ -diffusion). Nous arrêtons cette diffusion quand l'image est considérée stationnaire; c'est-à-dire quand $\gamma_e(t_e) \leq \epsilon$, avec t_e le nombre d'itérations et ϵ une valeur seuil positive. Pour nos expérimentations nous avons utilisé $\epsilon = 0.1$. Nous appelons $I_{i,j}^{t_e}$ l'image résultat de la diffusion. La figure 5.5(b) présente un résultat de cette méthode.

Nous calculons alors l'image des contours I_γ comme une carte des CV locaux seuillés :

$$I_\gamma(i, j) = \begin{cases} \gamma(i, j; t_e) & \text{si } \gamma(i, j; t_e) > \gamma_e(t_e), \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.30)$$

La figure 5.5(c) est l'image I_γ correspondant à l'image de la figure 5.5(a).

5.3.2 Energie externe de plaquage

L'énergie externe que nous voulons construire doit plaquer le snake s sur les contours. Ceci revient à :

- favoriser les points du snake qui se situent sur des contours ;
- pénaliser les écarts de direction entre le vecteur unitaire normal au snake \vec{n} et le vecteur gradient du CV local $\nabla \vec{I}_\gamma$ (calculé à partir de l'image des contours I_γ).

Pour répondre à ces exigences, l'énergie externe "de plaquage" que nous proposons s'écrit :

$$E_{\text{externe}}(s(t)) = - \left(\nabla \vec{I}_\gamma(s(t)) \cdot (\vec{n}(s(t))) \right). \quad (5.31)$$

La figure 5.6 décrit l'amplitude de l'énergie externe pour un vecteur $\nabla \vec{I}_\gamma$ donné et pour un angle θ avec le vecteur \vec{n} qui varie.

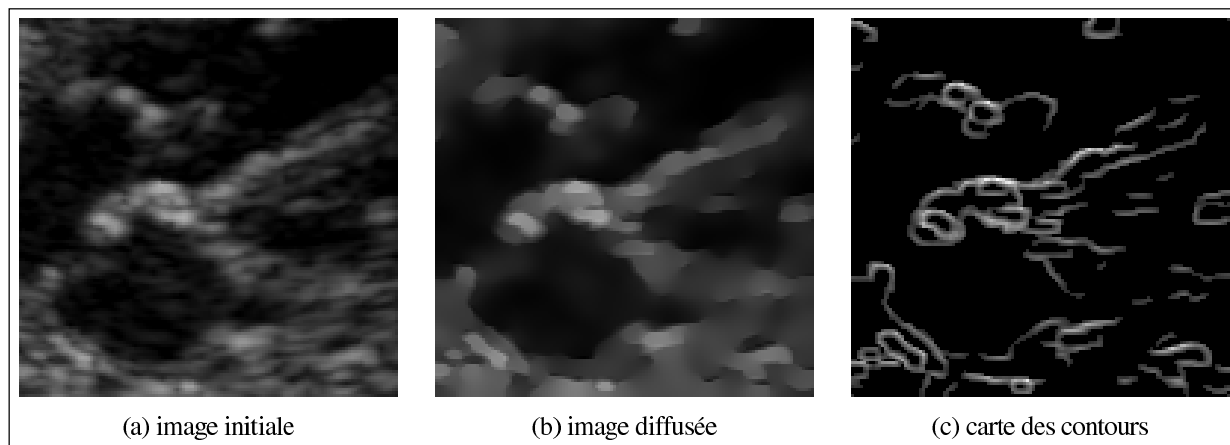


FIG. 5.5 – (a) Image initiale. (b) Résultat de la γ -diffusion. (c) Carte des CV locaux seuillés.

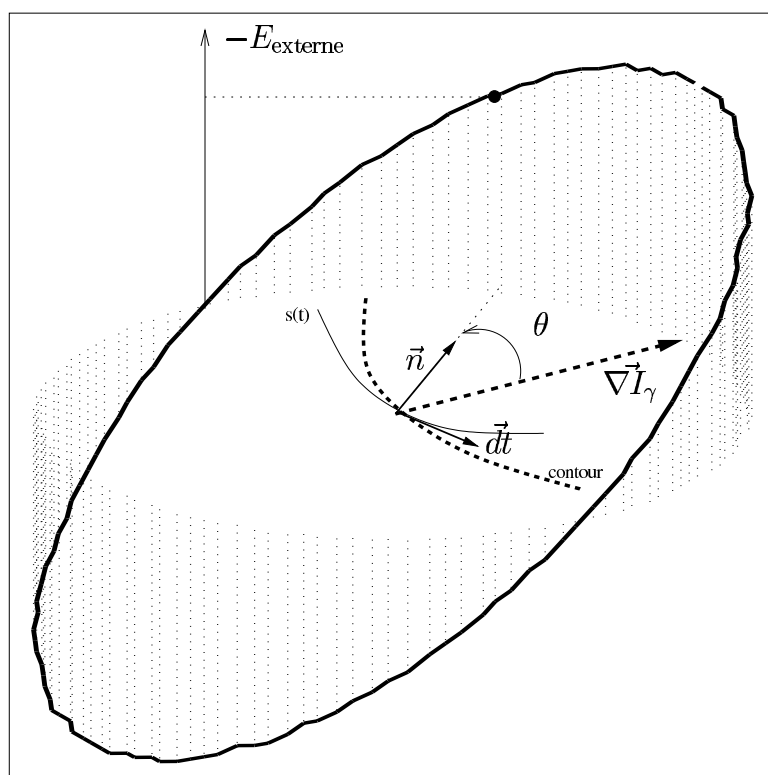


FIG. 5.6 – Energie externe du B-snake en fonction de l'angle entre \vec{n} et $\vec{\nabla} I_\gamma$.

Cette énergie prend en compte l'amplitude du gradient du CV local, mais aussi sa direction. Elle conduit le point p de la figure 5.7(a), mais aussi ses voisins, à se plaquer au contour.

Des énergies similaires, basées sur le gradient de l'intensité de l'image, existent [Park et al., 2001; Jacob et al., 2004]; notre approche se démarque par l'utilisation du coefficient

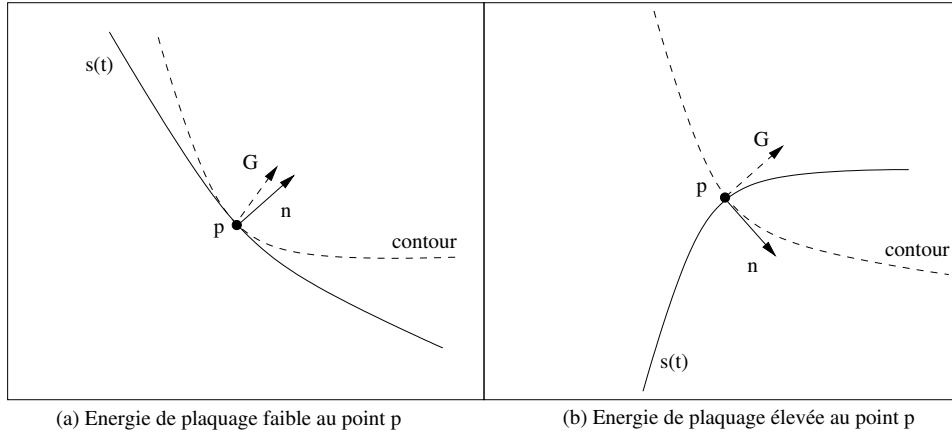


FIG. 5.7 – Energie externe du B-snake. (a) Vecteurs normaux proches de l'alignement. (b) Snake et contour orthogonaux.

de variation directionnel, résultat de la γ -diffusion présentée précédemment. Nous utilisons le fait que, sur un contour, la direction du gradient du CV local est perpendiculaire à ce contour (Fig. 5.6).

Cette énergie est pourtant insuffisante si :

- l'initialisation du snake est trop éloignée des parois ;
- les convexités du snake et du contour sont localement opposées. L'énergie de plaquage n'étant pas symétrique par rapport à l'axe $\theta = \frac{\pi}{2}[\pi]$, la convergence ne peut pas être assurée dans ce cas (Fig. 5.6).

Pour traiter efficacement ces cas, nous proposons la deuxième énergie externe décrite dans la section suivante.

5.3.3 Energie externe d'expansion

5.3.3.1 Le problème

Les contours subjectifs :

Un modèle de contour actif performant doit être peu sensible à l'initialisation et doit permettre de détecter des contours subjectifs. Ceux-ci sont des contours qui n'existent pas réellement, mais qui sont pourtant perçus par l'œil (Fig. 5.8). Ils forment une classe d'illusions visuelles dont Gaetano Kanizsa, de l'Université de Trieste, a été un pionnier. Pour des travaux approfondis dans le domaine, nous renvoyons le lecteur vers [Bradley and Petry, 1977; Fineman, 1996].

La figure 5.8(a) représente le célèbre triangle de Kanizsa¹, où il nous semble voir un triangle blanc masquant partiellement trois disques et un triangle noir.

¹de MathWorld A Wolfram Web Resource

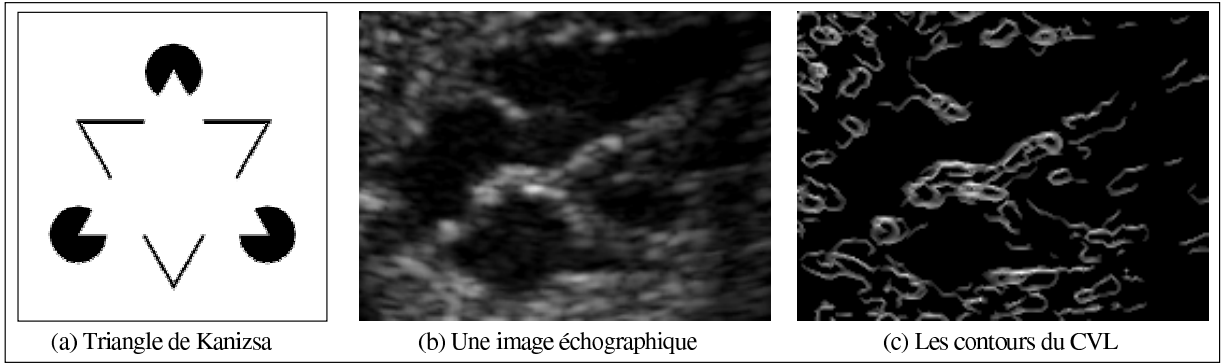


FIG. 5.8 – (a) Triangle de Kanizsa. (b) Une image échographique. (c) Les contours du CV local.

Ce genre de cas ne se rencontre pas directement dans les images échographiques. Cependant, les contours sont parfois seulement suggérés. La figure 5.8(b) est un exemple de contours basés sur le coefficient de variation dans une image échocardiographique fœtale. Les valvules ouvertes entre les ventricules et les oreillettes et le trou de Bortol entre les deux oreillettes font que les cavités n'ont pas des contours fermés. En plus, le speckle rend la détection des parois plus difficile ; elles apparaissent parfois discontinues.

L'éloignement au contour :

L'énergie de plaquage que nous avons proposée favorise les courbes dont les points se situent sur des pixels de fort gradient du CV local (∇I_γ). Dans la carte I_γ , les gradients ∇I_γ sont des vecteurs qui :

- sont perpendiculaires au contour et de grande amplitude lorsqu'ils se situent sur une frontière ;
- ont une amplitude qui décroît très vite dès qu'on s'éloigne d'un contour ;
- ont une amplitude nulle dans les régions homogènes où $I_\gamma(x, y) = 0$.

Les vecteurs ∇I_γ permettent au snake de converger vers une détection précise des contours. Cependant une initialisation proche de ces contours est nécessaire. Si un snake est initialisé dans une région homogène, il n'est pas attiré par les contours parce que la force extérieure est nulle.

5.3.3.2 Objectifs du modèle

La deuxième énergie que nous souhaitons construire doit permettre :

- de détecter des contours discontinus ;
- d'attirer le snake vers les contours pour une initialisation moins contraignante ;
- de garantir une robustesse accrue face au speckle.

Nous visons à établir à l'aide de cette énergie une méthode d'initialisation quasi-automatique (Sec. 5.4.1).

5.3.3.3 Principe de l'énergie d'expansion

Champ de vecteurs :

On appelle champ de vecteurs toute application f définie sur un ouvert U de R^n , à valeurs dans R^n . Autrement dit, à tout point de U , on associe un vecteur de R^n .

Champ de flux de vecteurs gradients

Xu et Prince [Xu and Prince, 1998] définissent le champ de flux de vecteurs gradients comme un champ de vecteurs associé à une image, obtenu par la minimisation d'une fonctionnelle d'énergies. Cette minimisation revient à diffuser les vecteurs gradients de l'intensité de l'image.

Ils nomment leur technique *gradient vector flow* (**GVF**), terme que nous utilisons dans la suite du document.

Notre modèle :

Afin de répondre aux exigences exprimées ci-avant, l'**énergie d'expansion** consiste en un flux robuste de vecteurs gradients. C'est une image de potentiels orientés qui attirent le snake vers les points de fort coefficient de variation de l'image. En référence au modèle original, nous l'appelons : **speckle-resistant Gradient Vector Flow** (**s-GVF**).

5.3.3.4 Dérivation du s-GVF

Pour définir le s-GVF $\mathbf{v}(x, y)$, nous adoptons les notations de Xu et Prince : $\mathbf{v}(x, y) = [u(x, y), v(x, y)]$. $\mathbf{v}(x, y)$ est le résultat de la minimisation de la fonctionnelle suivante :

$$\mathcal{E} = \iint_{\Omega} [|\nabla I_{\gamma}|^2 |\mathbf{v} - \nabla I_{\gamma}|^2 + \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2)] dx dy, \quad (5.32)$$

où μ est un paramètre de régularisation entre les deux termes de l'intégrale.

Le premier terme favorise la similitude entre le s-GVF et les gradients du coefficient de variation local. La pondération par l'amplitude du gradient de CV local diminue l'importance de cette similitude dans les régions homogènes et l'accroît sur les contours.

Le deuxième terme favorise l'homogénéité du s-GVF en pénalisant les variations brutales des composantes u et v .

Le s-GVF est donc un compromis entre un champ homogène de vecteurs et le champ des gradients du CV local. Le paramètre μ régule ce compromis. Il permet notamment de contourner l'irrégularité des gradients lorsque des CV locaux aberrants perturbent l'image. Dans notre application, ce problème est moindre puisque nous travaillons directement sur le résultat de la diffusion. Nous utilisons généralement une valeur faible $\mu = 0.2$.

Le s-GVF s'obtient en résolvant les équations d'Euler suivantes :

$$\mu \nabla^2 u - (u - \frac{\partial I_{\gamma}}{\partial x}) (\frac{\partial I_{\gamma}^2}{\partial x} + \frac{\partial I_{\gamma}^2}{\partial y}) = 0 \quad (5.33)$$

$$\mu \nabla^2 v - (v - \frac{\partial I_{\gamma}}{\partial y}) (\frac{\partial I_{\gamma}^2}{\partial x} + \frac{\partial I_{\gamma}^2}{\partial y}) = 0. \quad (5.34)$$

5.3.3.5 Résolution itérative et analogie à la diffusion

En considérant u et v comme des fonctions du temps, les équations d'Euler se résolvent de la manière suivante :

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = \mu \nabla^2 u(x, y, t) - (u(x, y, t) - \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial x}) (\frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial y}) \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial v(x, y, t)}{\partial t} = \mu \nabla^2 v(x, y, t) - (v(x, y, t) - \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial y}) (\frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial y}) \quad (5.36)$$

Or, ces équations sont celles d'une **diffusion généralisée**. La résolution du s-GVF aboutit, au point (x, y) , à un vecteur $(u(x, y), v(x, y))$. Lors de cette diffusion, chaque point de contour contribue à diriger $(u(x, y), v(x, y))$ dans sa direction proportionnellement à sa contribution à l'énergie en (x, y) .

Il est possible de pré-calculer certaines parties de ces équations à partir de l'image I_γ ; nous les notons de la manière suivante :

$$\begin{aligned} g^2(x, y) &= \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial x}^2 + \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial y}^2 \\ c^h(x, y) &= g^2(x, y) \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial x} \\ c^v(x, y) &= g^2(x, y) \frac{\partial I_\gamma(x, y)}{\partial y} \end{aligned}$$

On discrétise ensuite les itérations en posant d'abord $g_{i,j}^2 = g^2(i, j)$, $c_{i,j}^h = c^h(i, j)$, $c_{i,j}^v = c^v(i, j)$. Le pas de discrétisation temporelle est Δt ; les pas de discrétisation horizontale et verticale sont Δx et Δy . On pose aussi :

$$\begin{aligned} u_t &= \frac{1}{\Delta t} (u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n) \\ v_t &= \frac{1}{\Delta t} (v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^n) \\ \nabla^2 u &= \frac{1}{\Delta x \Delta y} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}) \\ \nabla^2 v &= \frac{1}{\Delta x \Delta y} (v_{i+1,j} + v_{i-1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} - 4v_{i,j}) \\ r &= \frac{\mu \Delta t}{\Delta x \Delta y}; \end{aligned}$$

ce qui permet d'obtenir la résolution itérative suivante de l'équation (eq.5.32) :

$$u_{i,j}^{n+1} = (1 - g_{i,j}^2 \Delta t) u_{i,j}^n + r(u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}) + c_{i,j}^h \Delta t \quad (5.37)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = (1 - g_{i,j}^2 \Delta t) v_{i,j}^n + r(v_{i+1,j} + v_{i-1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} - 4v_{i,j}) + c_{i,j}^v \Delta t \quad (5.38)$$

dont la convergence est garantie à condition qu'on respecte la restriction suivante :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta y}{4\mu}. \quad (5.39)$$

Pour utiliser directement ce champ dans le modèle du B-spline snake et contrôler précisément son influence, nous le normalisons de la manière suivante :

$$\mathbf{v}_N(x, y) = \frac{\mathbf{v}(x, y)}{\sqrt{|u(x, y)|^2 + |v(x, y)|^2}} \quad (5.40)$$

où $\mathbf{v}_N(x, y)$ est le s-GVF normalisé au point (x, y) .

Cette énergie externe d'expansion ne peut être directement utilisée dans la formulation de la fonctionnelle du snake. La raison est que la force externe correspondante ne peut pas s'écrire comme l'opposé du gradient d'une fonction de potentiel. En effet le terme d'homogénéisation dans la fonctionnelle entraîne la présence d'une composante solénoïdale dans le champs de vecteurs. C'est pourquoi nous utilisons cette énergie d'expansion directement comme un second terme d'évolution. Cette évolution du snake et l'énergie d'inhibition nécessaire pour équilibrer les deux énergies externes sont présentées dans la section 5.5.2.

5.3.3.6 Exemple sur une image échographique

Pour nos expériences nous avons utilisé un nombre d'itérations \sqrt{N} , où N est la taille de l'image. Nous avons fixé les paramètres $\mu = 0.2$, $\Delta x = \Delta y = 1$ et $\Delta t = 1$. La taille des images est de 144×192 . La figure 5.9 montre un exemple de champ s-GVF.

5.4 Initialisation quasi-automatique, interpolation et rendu

5.4.1 Problème du positionnement initial et centres de divergence

5.4.1.1 Instabilité relative au positionnement initial

Le positionnement de la courbe initiale est une étape cruciale pour la segmentation par contours actifs. L'utilisation du s-GVF permet d'attirer la courbe vers les contours de l'image même si ces contours sont éloignés. Elle ne résout cependant pas complètement le problème de l'initialisation. Un mauvais positionnement de la courbe initiale peut aboutir à des résultats aberrants.

La figure 5.10 illustre ce phénomène. Nous utilisons le GVF snake² de Xu et Prince [Xu and Prince, 1998] pour segmenter l'image *room*². Sur la première rangée, nous initialisons le contour actif au centre de la forme géométrique. Nous remarquons que la courbe converge

²l'image " room ", ainsi qu'une version matlab du GVF de Xu sont disponibles sur le site : <http://iacl.ece.jhu.edu/software/gvf.v4.2c.tar.gz>

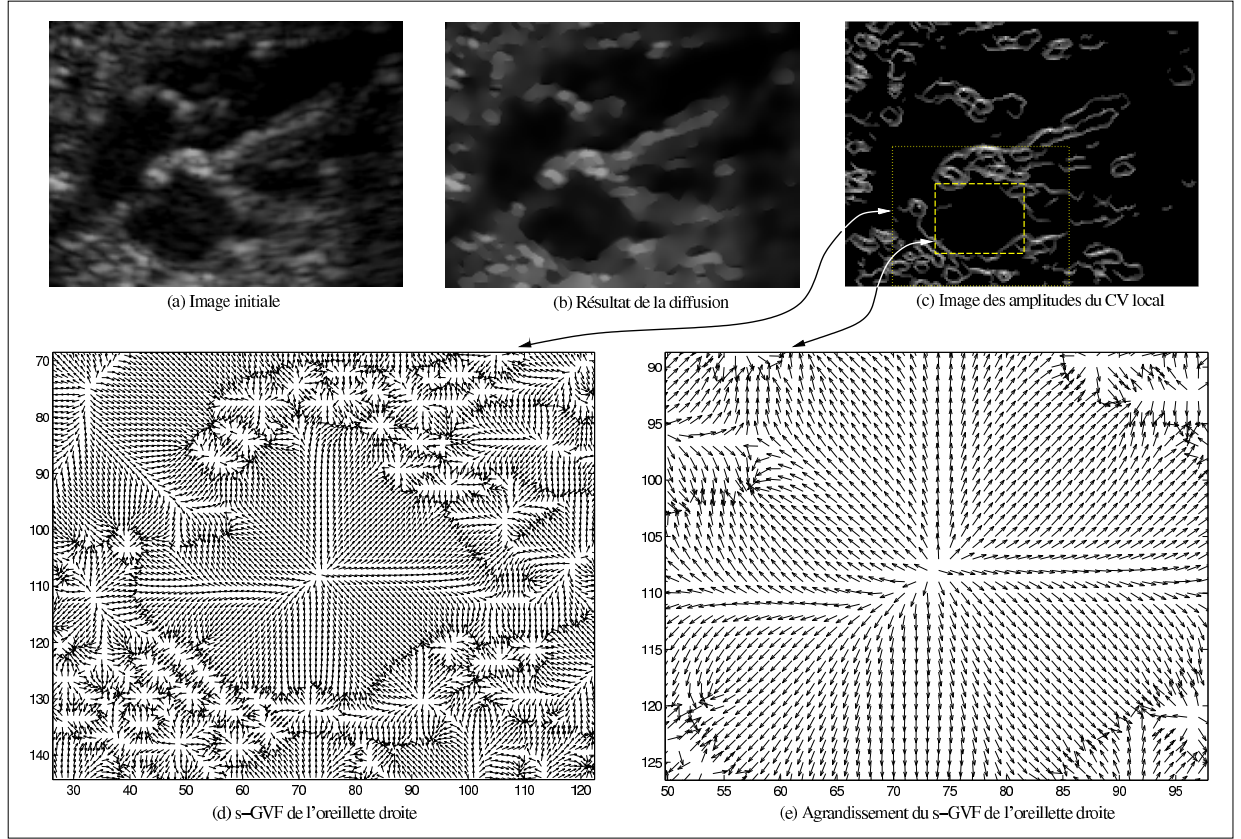


FIG. 5.9: Champ de flux des vecteurs gradients du coefficient de variation (s-GVF). (a) Image initiale. (b) Résultat de la diffusion. (c) Carte des contours $I\gamma$. (d) s-GVF de l'oreillette droite. (e) Agrandissement sur le s-GVF de l'oreillette.

vers le contour. Sur la deuxième rangée, le contour initial est légèrement excentré sur la gauche. Le snake se plaque complètement sur un des bords de l'objet.

5.4.1.2 Définition des centres de divergence

Pour expliquer cette instabilité, nous utilisons les *centres de divergence* (CD) [Xingfei and Tian, 2002]. Nous en proposons deux généralisées : les *centres de forte divergence* (**CSD**, pour *Center of Strong Divergence*) et les *centres de faible divergence* (**CWD**, pour *Center of Weak Divergence*) du champ s-GVF.

Soit $pole(x)$ une fonction indiquant le signe de la variable x :

$$pole(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (5.41)$$

Posons \mathcal{C}_v (respectivement \mathcal{C}_h) l'ensemble des centres de divergence pour la direction

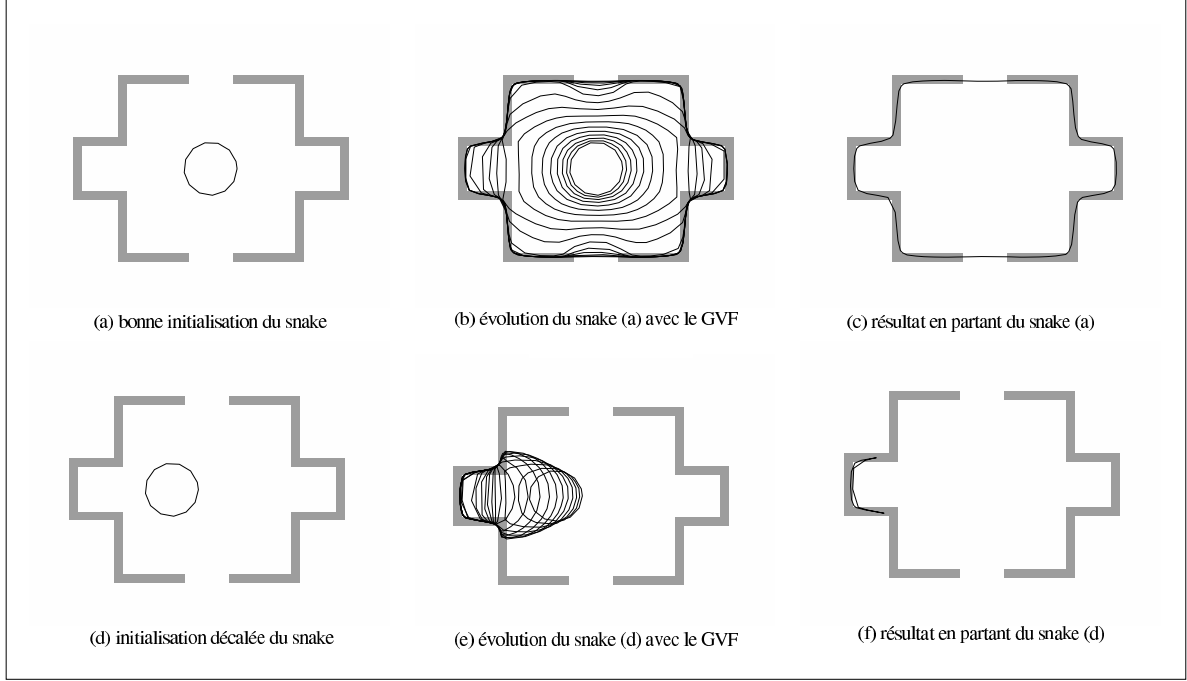


FIG. 5.10 – Importance de l'initialisation pour l'utilisation du GVF.

verticale (respectivement horizontale). Soit $\mathbf{v} = (u(i, j), v(i, j))$ le s-GVF de l'image, supposé non nul. Les centres de divergence horizontale et verticale se définissent de la manière suivante :

$$\mathcal{C}_v = \{(i, j) \mid u(i, j) \leq u(i + 1, j) \wedge \text{abs}(\text{pole}(u(i, j)) + \text{pole}(u(i + 1, j))) \leq 1\}$$

$$\mathcal{C}_h = \{(i, j) \mid v(i, j) \leq v(i, j + 1) \wedge \text{abs}(\text{pole}(v(i, j)) + \text{pole}(v(i, j + 1))) \leq 1\}.$$

A partir des équations des centres de divergence horizontale et verticale, nous définissons les centres de forte et de faible divergence de la manière suivante. Posons $\mathcal{C}_{\text{fort}}$ l'ensemble des centres de forte divergence du s-GVF, et $\mathcal{C}_{\text{faible}}$ l'ensemble des centres de faible divergence du s-GVF :

$$\mathcal{C}_{\text{fort}} = \{(i, j) \mid (i, j) \in \mathcal{C}_v \wedge (i, j) \in \mathcal{C}_h\} \quad (5.42)$$

$$\mathcal{C}_{\text{faible}} = \{(i, j) \mid (i, j) \in \mathcal{C}_v \vee (i, j) \in \mathcal{C}_h\}. \quad (5.43)$$

La figure 5.11 présente un exemple de s-GVF et de ses CSD et CWD.

5.4.1.3 Analyse des centres de divergence

Ces centres sont les points sur lesquels les vecteurs du s-GVF changent d'une (pour la faible divergence) ou plusieurs (pour la forte divergence) directions. La figure 5.12 montre

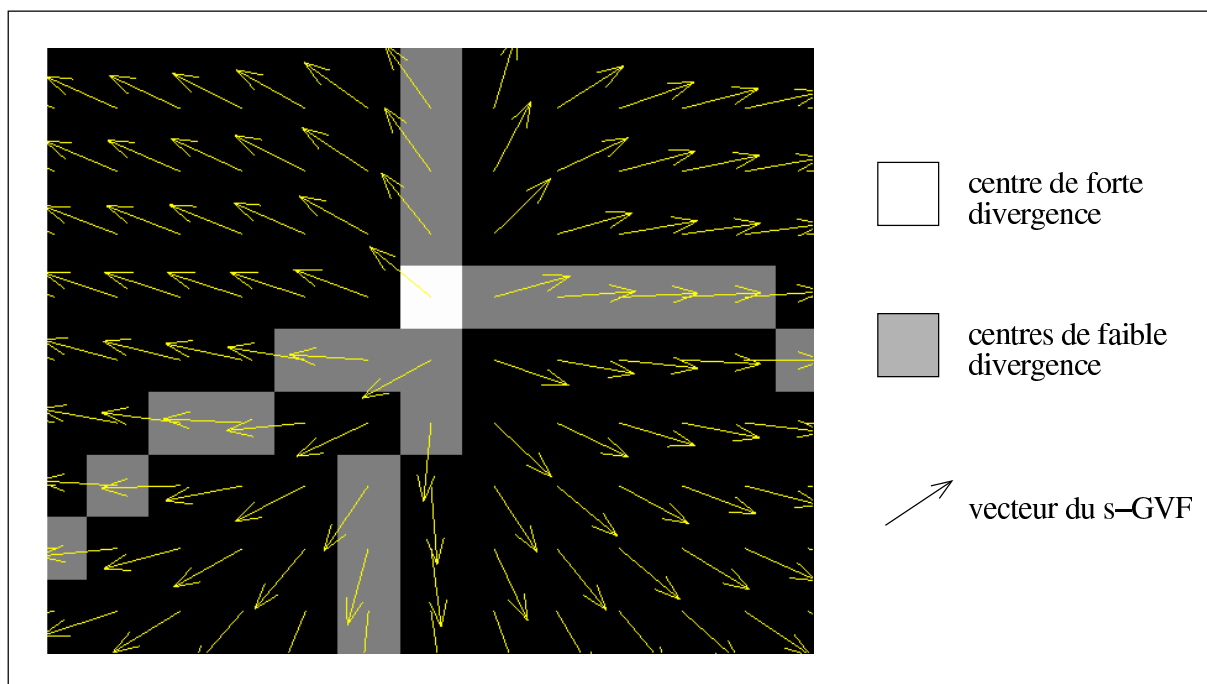


FIG. 5.11 – Centre de forte divergence (en blanc) et centres de faible divergence (en gris). Le s-GVF est représenté par les flèches.

le centre de forte divergence de l'image *room* (Fig. 5.10). Dans cet exemple simple, pour que le snake converge vers le contour, la courbe initiale doit contenir le CSD. Nous généralisons cette propriété à des formes plus complexes dans la section 5.4.1.5.

Les centres de faible divergence forment des chaînes dont les intersections sont des centres de forte divergence. Ces deux définitions sont utilisées pour expliquer le processus d'initialisation du B-spline snake.

5.4.1.4 Relation entre centres de divergence et squelette des régions

Le **squelette** d'une région est le lieu des centres des disques de rayon maximum inscrits dans l'objet. Le rayon en chaque point permet de reconstruire l'objet. Le squelette peut aussi être défini comme l'ensemble des points équidistants aux deux bords de l'objet. Cette définition correspond à l'état stable obtenu par amincissements itératifs.

Squelette énergétique :

On généralise la notion de squelette en substituant la distance euclidienne par la quantité d'énergie transmise lors de la diffusion. Nous nommons ce squelette généralisé : squelette énergétique.

Propriété :

Les lignes formées par les centres de faible divergence forment un squelette énergétique des

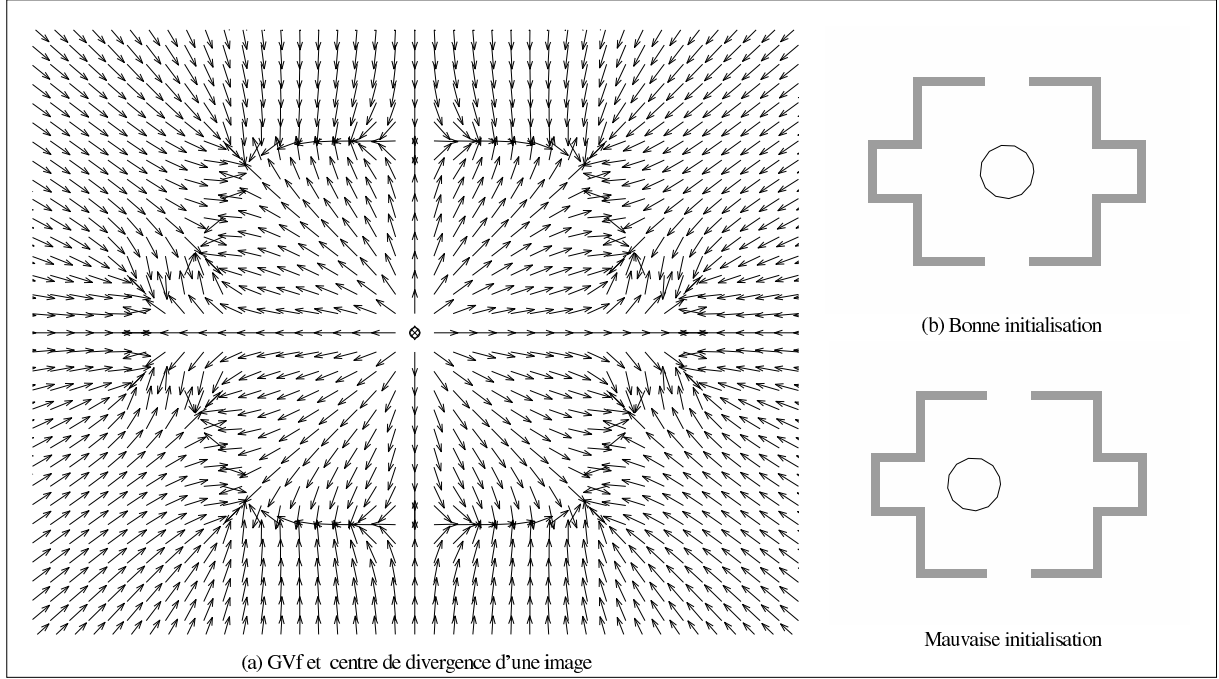


FIG. 5.12 – (a)GVF et le centre de divergence de l'image " room ". Relation avec les initialisations de la figure 5.10.

régions délimitées par les contours de l'image. Ceci parce qu'un changement directionnel de vecteurs voisins du s-GVF indique une équidistance énergétique.

Cette propriété est exploitée dans l'algorithme d'initialisation pour justifier la dilatation du chemin reliant les centres (Sec. 5.4.1.6). La figure 5.13 montre un exemple de $\mathcal{C}_{\text{fort}}$ et de $\mathcal{C}_{\text{faible}}$ calculés sur une image de synthèse.

5.4.1.5 Propriétés des centres de divergence

Propriété :

Dans un GVF, les vecteurs associés aux voisins d'un centre de forte divergence c ont tous des directions fuyant ce centre (Fig. 5.14) :

$$\forall p \in \mathcal{V}_{\text{orth}}(c) : \vec{v}(p) \cdot \vec{\omega} \geq 0 \quad (5.44)$$

$$\forall p \in \mathcal{V}_{\text{diag}}(c) : u(p)\omega_i \geq 0 \vee v(p)\omega_j \geq 0 \quad (5.45)$$

où $\mathcal{V}_{\text{orth}}(c) = \{v_2, v_4, v_6, v_8\}$ et $\mathcal{V}_{\text{diag}}(c) = \{v_1, v_3, v_5, v_7\}$ forment le voisinage en 8-connexité du CSD c , et $\vec{c}p = \vec{\omega} = (\omega_i, \omega_j)$.

Preuve :

Posons $c = (i, j) \in \mathcal{C}_{\text{fort}}$. Par définition des CSD :

$$- u(i, j) < 0;$$

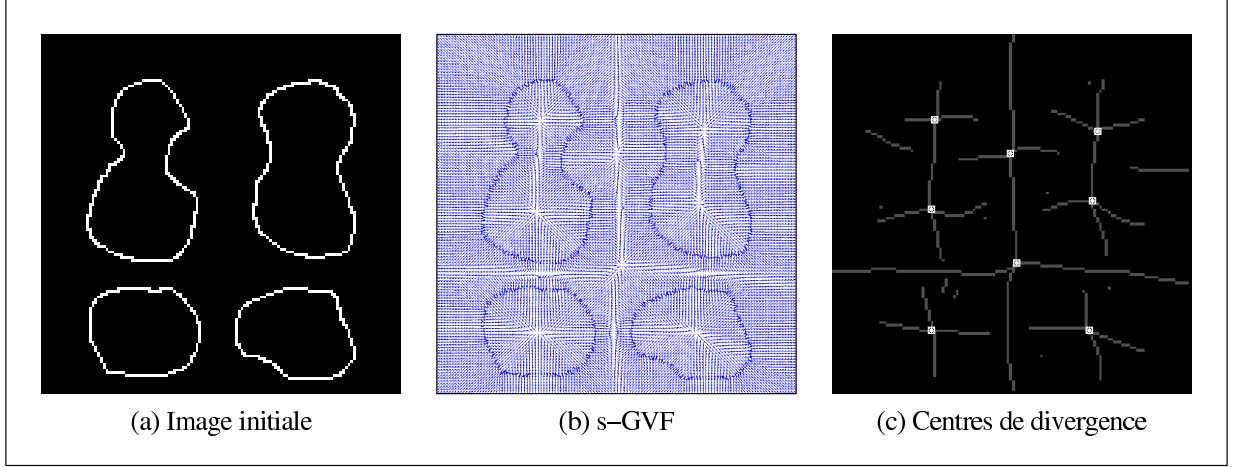


FIG. 5.13: Génération du s-GVF et des centres de divergence sur une image synthétique. (a) Image initiale. (b) s-GVF. (c) Centres de faible divergence (gris) et forte divergence (blanc).

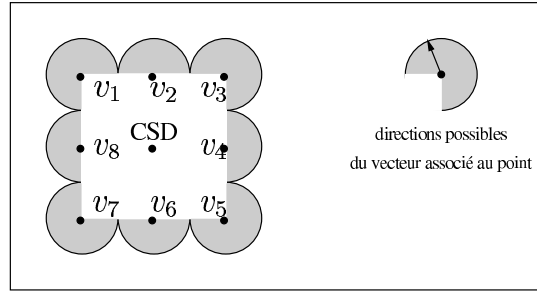


FIG. 5.14: Directions possibles des vecteurs voisins d'un centre de divergence. Le vecteur partant de v_i décrit la partie grise du disque centré sur le pixel v_i .

- $u(i+1, j) \geq 0$;
- $v(i, j) < 0$;
- $v(i, j+1) \geq 0$.

Considérons la composante verticale du CSD : par définition $u(i, j) < 0$. Si on suppose que (i, j) et $(i-1, j)$ ne sont pas des points sur un contour, alors $u(i-1, j) < 0$. Ceci vient du fait que le champ de vecteurs est défini sur une grille discrète et qu'un contour ne peut pas passer entre deux points si aucun n'est lui-même sur un contour. En augmentant le nombre d'itérations pour le calcul du champ, on peut s'assurer qu'il est suffisamment homogène pour que seuls les points sur les contours correspondent à des vecteurs convergent.

De la même manière, on montre que $v(i, j-1) \leq 0$ puisque $v(i, j) < 0$.

En reprenant les notations de voisinage de la figure 5.14, on s'assure de la divergence des voisins $\mathcal{V}_{\text{diag}}$ par les contraintes d'homogénéité du champ. Supposons à nouveau qu'aucun des voisins du pixel central c ne soit un contour. Si un des points v_1, v_3, v_5 et v_7 a ses deux composantes dans la direction de c , il ne minimise pas le deuxième terme de la fonctionnelle

(eq.5.32). En effet, le vecteur de direction opposée diminue l'énergie du champ.

La supposition que les voisins du CSD n'appartiennent pas à des contours est légitime pour des régions dont la distance entre deux bords est supérieure à 3 pixels.

A la base de la propriété ainsi démontrée, nous formulons la proposition importante suivante.

Proposition :

L'initialisation d'un contour actif dont l'énergie externe repose sur un champ de vecteurs gradients doit :

- être incluse dans la région à segmenter ;
- contenir tous les centres de forte divergence de la région ;
- contenir tous les centres de faible divergence qui relient ces centres de forte divergence.

Preuve :

C'est une condition suffisante puisque la courbe initiale sera attirée par tous les contours de la région. Par construction, le contour s'écarte des centres de divergence dans toutes les directions. Supposons que la courbe ne soit pas attirée par une partie du contour de la région. Cela signifie qu'il existe une partie de la région à l'orée de laquelle la courbe s'arrête de progresser. Les vecteurs gradients à l'intérieur de cette partie sont donc fuyants de son centre. Ce centre est un CSD, ce qui contredit la définition de l'initialisation.

Pour montrer que la condition est nécessaire, considérons qu'une des trois conditions ne soit pas respectée :

- la courbe initiale n'est pas incluse dans la région à segmenter. On ne peut alors pas garantir que la courbe ne sera pas attirée par des contours externes à la région. Il ne serait donc pas possible d'assurer une initialisation automatique.
- la courbe initiale ne contient pas tous les centres de forte divergence de la région à segmenter. La propriété des directions fuyantes autour du CSD garantit que tout CSD repoussent le snake. La courbe finale ne pourrait donc pas contenir ces centres.
- tous les CWD qui relient les CSD de la région à segmenter ne sont pas contenus dans la courbe initiale. Il s'en déduit que la courbe coupe le chemin des CWD. Au niveau de l'intersection, les parties de la courbe de chaque côté des CWD progressent dans des directions opposées et vont se plaquer sur des bords opposés. La segmentation ne respecterait pas la forme du contour.

Illustration

La figure 5.15 illustre cette proposition. L'image initiale correspond à la figure 5.15(A), et son GVF à la figure 5.15(B). Chaque colonne correspond à un cas d'initialisation différent :

- dans la colonne (a) : le contour initial ne contient qu'un seul centre de divergence sur trois possibles ;
- dans la colonne (b) : le contour initial contient les trois CSD mais pas tous les CWD les reliant ;
- dans la colonne (c) : le contour initial ne contient aucun CSD, mais occupe une

grande partie de la région ;

- dans la colonne (d) : le contour initial respecte la proposition précédente.

Nous utilisons un algorithme de B-spline snake où les nœuds sont forcés à se répartir régulièrement. Le GVF agit sur les points de jonction, représentés par les petits cercles. Chaque ligne de la figure 5.15 correspond à une étape de la segmentation :

- la ligne (1) présente le contour initial dans la région à segmenter ;
- la ligne (2) montre la position du contour initial par rapport aux CSD et CWD ;
- la ligne (3) comporte une itération intermédiaire de la segmentation ;
- la ligne (4) correspond à un résultat significatif.

Les résultats correspondent à la démonstration de la proposition :

- le snake issue de l’initialisation (a) s’arrête à mi-hauteur de la région. Il ne peut pas la dépasser à cause des centres de divergences de la partie supérieure qui le repoussent ;
- dans le cas de l’initialisation (b), le snake se répartit bien sur tout le contour à segmenter, cependant une partie de la courbe fausse le résultat. Elle correspond à la partie de la courbe initiale qui coupe le chemin des CWD ;
- pour l’initialisation (c), le snake est plaqué sur un côté du contour, avec en plus le même phénomène que pour l’initialisation (b) ;
- l’initialisation (d) ne semble pas très différente de la (b) ; elle est plus éloignée des contours que la (c). Pourtant c’est la seule qui aboutit à une segmentation correcte.

5.4.1.6 Algorithme d’initialisation automatique

A partir des propriétés des centres de divergence présentées ci-dessus, nous proposons une méthode automatique pour déterminer et positionner le snake initial. L’algorithme considère un point quelconque dans la cavité à segmenter. La propriété des directions fuyantes peut être prise dans le sens inverse : si on inverse le s-GVF, tous les vecteurs convergent vers un ou plusieurs CSD (Fig. 5.16). Pour tout point initial, on suit les direction du s-GVF inversé pour atteindre le pixel de $\mathcal{C}_{\text{fort}}$:

Tant que ($p \notin \mathcal{C}_{\text{fort}}$)
 $p \leftarrow (p - \mathbf{v}(p))$
 FinTantque

Une fois un CSD trouvé, nous sélectionnons tous les CSD connexes via des CWD, et le chemin qui les relie. Nous appliquons une dilatation morphologique sur ce chemin. Cette dilatation se justifie grâce à la propriété de squelette énergétique (Sec. 5.4.1.4). Le contour ainsi obtenu sert d’initialisation pour le snake (Fig. 5.17).

5.4.1.7 Initialisation dans une séquence

Dans une séquence, il est classique d’utiliser le résultat d’une image pour initialiser le contour actif de l’image suivante. Cependant, l’algorithme d’initialisation que nous pro-

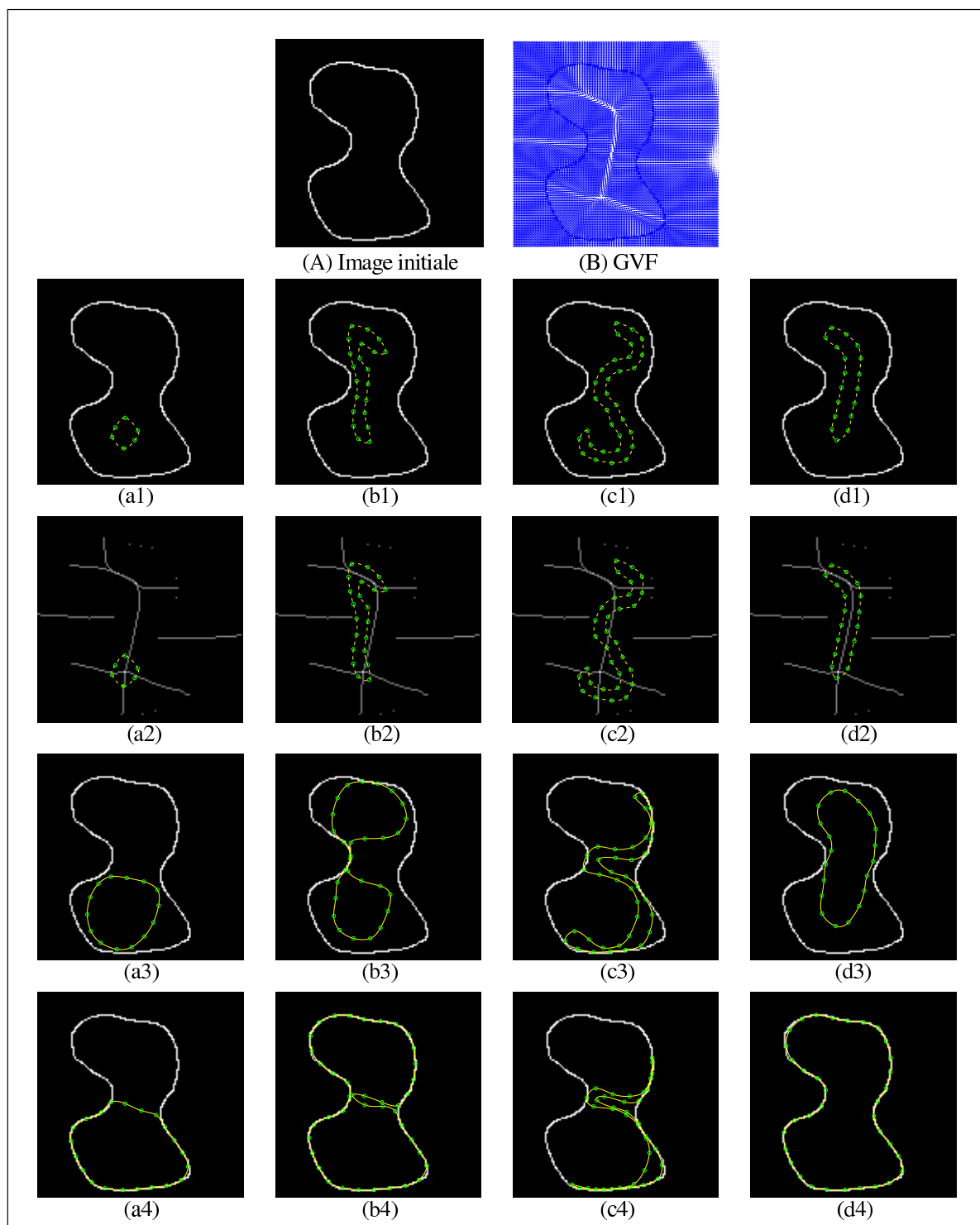


FIG. 5.15: Evolution d'un B-spline snake suite à différentes initialisations.

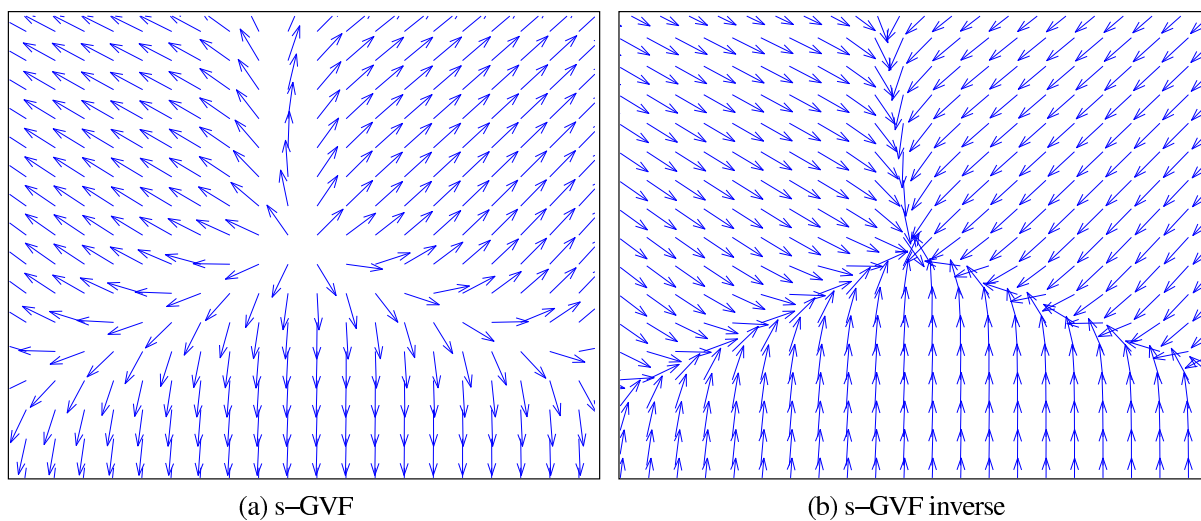


FIG. 5.16 – (a) Champ des vecteurs gradients. (b) Champ inverse des vecteurs gradients.

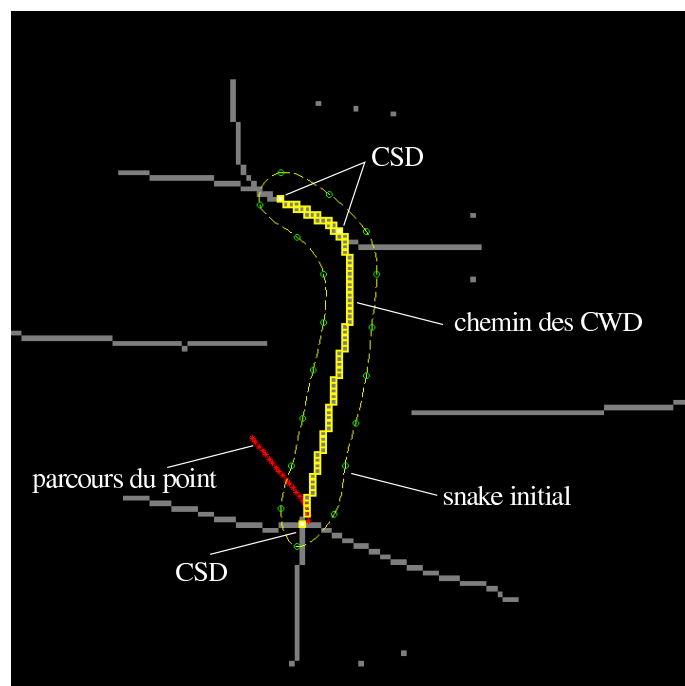


FIG. 5.17 – Illustration du procédé d'initialisation automatique du snake.

posons nécessite une courbe initiale à l'intérieur de la région à segmenter. Cette méthode peut faillir si le mouvement est rapide ou de type zoom.

Durant le cycle diastole-systole, le volume des ventricules et des oreillettes augmentent et diminuent. Dans le cas où le volume de la cavité qu'on désire segmenter diminue, la courbe finale de l'image précédente ne peut pas être utilisée comme initialisation.

Pour contourner ce problème, nous proposons d'utiliser le **barycentre des points**

du **snake** résultat de l'image précédente. Dans les séquences où le clinicien ne change pas brutalement d'angle de coupe, il est raisonnable de considérer que ce point reste à l'intérieur de la cavité.

5.4.2 Interpolation initiale

Une fois notre initialisation automatique effectuée, nous évaluons la spline initiale. Le nombre de nœuds nécessaires est évalué à partir du paramètre Λ et de la longueur L_{init} de la courbe initiale :

$$M = \max\{4, \lfloor \frac{L_{\text{init}}}{\Lambda} \rfloor\} \quad (5.46)$$

où $\lfloor x \rfloor$ est l'arrondi par défaut de x . Le minimum est de 4 nœuds, nécessaires pour définir une B-spline de degré 3.

Nous sélectionnons les points de jonction régulièrement espacés sur la courbe de l'initialisation automatique. Ils permettent de générer la première B-spline à l'aide des équations (5.55 et 5.51).

5.4.3 Rendu de la courbe

5.4.3.1 Evaluation du pas adaptatif de discrétisation

La modélisation B-spline des snakes est une fonction paramétrique continue. Pour représenter le snake, il faut en évaluer une version discrète sur la grille des pixels de l'image. Le but est de trouver une discrétisation qui n'ignore pas de pixels et qui a le moins de redondance possible.

Il existe deux techniques dans la littérature : i) la différentielle avant et ii) la subdivision récursive [Foley, 1987]. La subdivision récursive calcule des lignes interpolantes et approche la courbe par une courbe linéaire par morceaux, ce qui introduit des erreurs. La différentielle avant utilise une subdivision fixe : cette dimension doit être suffisamment petite pour ne pas ignorer de pixels, mais pas trop grande pour ne pas allonger les temps de calcul [Desbleds-Mansard *et al.*, 2001]. Dans cette thèse, au lieu de ces deux méthodes, nous adoptons le principe d'un pas adaptatif Δt . Il se calcule de la manière suivante :

$$\begin{aligned} dx &= x'(t)dt \\ dy &= y'(t)dt. \end{aligned} \quad (5.47)$$

soit, pour un petit pas,

$$\begin{aligned} \Delta t &\approx \frac{\Delta x}{x'(t)} \\ \Delta t &\approx \frac{\Delta y}{y'(t)}. \end{aligned} \quad (5.48)$$

Nous fixons le déplacement dans la direction de x et dans celle de y à 1 pixel ; on a alors :

$$\begin{aligned} \Delta t &\approx \frac{1}{x'(t)} \\ \Delta t &\approx \frac{1}{y'(t)}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

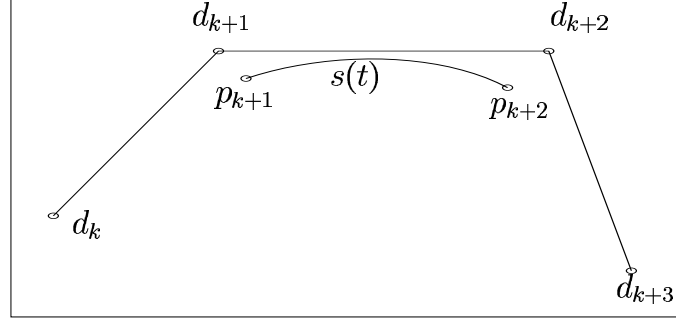


FIG. 5.18 – Interpolation de la B-spline sur le segment $k + 1$ défini par ses 4 points de contrôle.

Nous prenons comme pas de discrétisation la plus petite de ces deux valeurs pondérée par un facteur $\eta = 0.9$:

$$\Delta t = \eta \min\left\{\frac{1}{x'(t)}, \frac{1}{y'(t)}\right\}. \quad (5.50)$$

Cette méthode permet de garder un pas proche du pixel, tout en maintenant un temps de calcul raisonnable.

5.4.3.2 Calcul des points de la courbe

Soient $\{d_0, \dots, d_{M-1}\}$ les points de contrôle de la courbe à l'itération t . Appelons $d_M = d_0$, $d_{M+1} = d_1$, $d_{M+2} = d_2$ et soit U_k le vecteur des valeurs de u à interpoler sur le segment k . On utilise la relation :

$$s(U_k) = \begin{bmatrix} [1] & U_k & U_k^2 & U_k^3 \end{bmatrix} W \begin{bmatrix} d_{k-1} \\ d_k \\ d_{k+1} \\ d_{k+2} \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

ceci pour $k = 0 \dots M - 1$ et $0 \leq t < 1$, avec $[1]$ un vecteur de même dimension que U_k ne contenant que des 1. La matrice W s'écrit :

$$W = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.52)$$

La figure 5.18 montre un exemple d'interpolation du segment $k + 1$.

5.4.4 Mise à jour du vecteur de points de jonction

Durant l'évolution du snake, le vecteur des points de jonction est mis à jour dynamiquement (seq. 5.2.3). A partir des points de contrôle, il faut déduire les points de jonction.

Nous définissons ici les opérations matricielles qui permettent de passer des uns aux autres.

5.4.4.1 Passage des points de contrôle aux points de jonction

La relation entre les points de contrôle et les points de jonction d'une spline cubique de paramétrisation uniforme s'écrit :

$$\mathcal{M}D = V \quad (5.53)$$

avec D le vecteur des points de contrôle, et V le vecteur des points de jonction correspondants. Pour une courbe fermée la matrice circulante \mathcal{M} vaut :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & & & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \ddots & 0 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & 0 & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \ddots & \ddots & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & & & & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}. \quad (5.54)$$

5.4.4.2 Passage des points de jonction aux points de contrôle

Pour trouver les nouveaux points de contrôle en fonction du nouveau vecteur de points de jonction, il suffit de calculer :

$$D = \mathcal{M}^{-1}V. \quad (5.55)$$

Cette methode nécessite cependant l'inversion couteuse d'une matrice. Le calcul des points de contrôle peut être effectué beaucoup plus efficacement en utilisant une succession de filtres causal et anti-causal [Unser *et al.*, 1993; Precioso *et al.*, 2005].

5.4.4.3 Exemple de l'influence du nombre de nœuds sur l'interpolation d'un contour

Dans l'exemple de la figure 5.19, le cœur est d'abord segmenté par un B-spline snake de 7 nœuds (fig.5.19(b)), puis 15 (fig.5.19(c)) et enfin 30 nœuds (fig.5.19(d)). Ces nombres de nœuds ne permettent pas de décrire précisément les parties très pointues du cœur. Pour détecter des parties de courbe aussi anguleuses, il faut beaucoup de nœuds. Des cas aussi extrêmes ne se présentent pas dans le cadre de la détection des cavités cardiaques.

5.5 Evolution du snake

Pour faire évoluer le snake, nous adoptons la méthode de la descente des gradients sur l'énergie externe de plaquage et l'énergie interne. Nous calculons le gradient de l'énergie suivante :

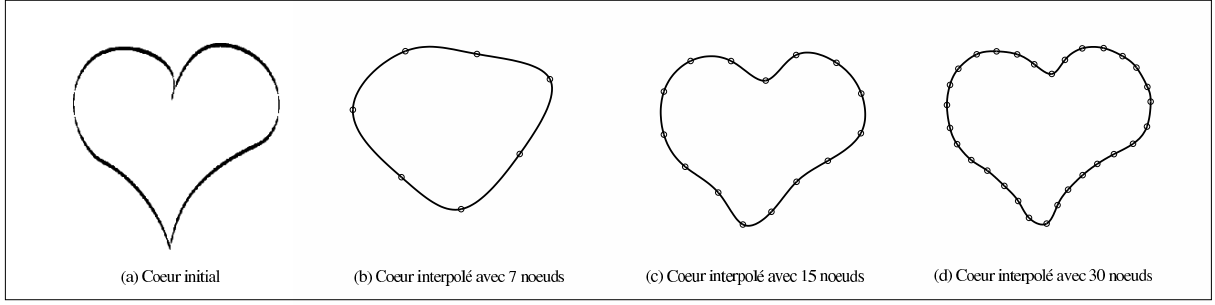


FIG. 5.19 – Exemples de mise à jour du nombre de nœuds pour la détection d'un cœur.

$$E_{\text{snake}} = \alpha E_{\text{interne}} + (1 - \alpha) E_{\text{plaquage}} \quad (5.56)$$

où α est le paramètre de pondération entre les deux énergies. Nous utilisons un poids qui favorise l'énergie interne. Pour nos expérimentations nous avons utilisé $\alpha = 0.8$ ou $\alpha = 0.9$.

Nous utilisons la deuxième énergie externe pour l'expansion de la courbe ; elle est inhibée par un paramètre dépendant de la distance d'un point de jonction aux points de convergence. Nous commençons par présenter les dérivées partielles utilisées pour la descente des gradients dans cette section, puis nous discutons le cas de l'énergie liée au s-GVF dans la section suivante.

5.5.1 Dérivées partielles et descente du gradient

5.5.1.1 Dérivée partielle de l'énergie externe de plaquage

Pour calculer les dérivées partielles de l'énergie interne et de l'énergie de plaquage, nous utilisons le théorème de Green-Riemann, les résultats d'Aubert et Barlaud [Aubert *et al.*, 2003] et ceux de Jacob [Jacob *et al.*, 2004]. Nous transformons d'abord l'énergie externe proposée en une forme différente, calculée sur la surface délimitée par le snake. Posons $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, la restriction du théorème de Green à un espace en deux dimensions s'écrit :

$$\int_{\Omega} \text{div} f d\Omega = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} \right) dx dy \quad (5.57)$$

$$= \oint_{\delta\Omega} (f_y dx - f_x dy). \quad (5.58)$$

Dans notre méthode, l'énergie externe de plaquage peut s'écrire :

$$E_{\text{plaquage}}(t) = - \oint_{\delta\Omega} \nabla \vec{I}_{\gamma}(t) \cdot (\vec{n}(t)) \quad (5.59)$$

$$= - \oint_{\delta\Omega} \vec{k} \cdot (\nabla \vec{I}_{\gamma}(t) \times \vec{dt}) \quad (5.60)$$

où \vec{k} est le vecteur normal au plan de la courbe et $\delta\Omega$ est la frontière de la région délimitée par le B-spline snake, soit le snake lui-même. La figure 5.20 montre l'ensemble de ces variables.

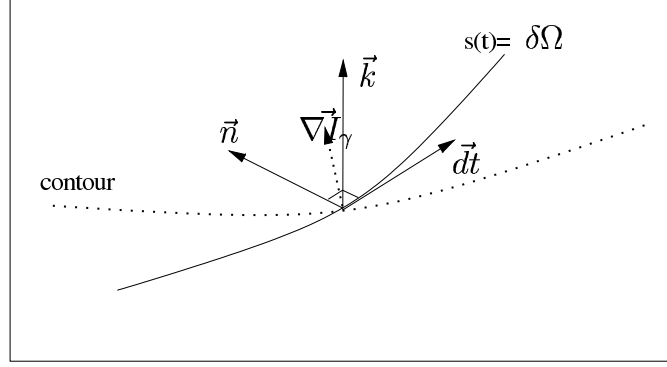


FIG. 5.20 – Repère à 3 dimensions local à la courbe. Gradient de la carte des CV locaux.

Si on écrit maintenant les coordonnées de \vec{dt} dans le repère (O, x, y) : $\vec{dt} = (dt_x, dt_y)$, l'équation précédente peut s'écrire :

$$E_{\text{plaquage}}(t) = - \oint_{\delta\Omega} (\nabla_y I_\gamma(t) dt_x - \nabla_x I_\gamma(t) dt_y) \quad (5.61)$$

$$\stackrel{(eq. 5.58)}{=} - \int_{\Omega} \text{div}(\nabla I_\gamma(s)) ds \quad (5.62)$$

$$= - \int_{\Omega} \nabla^2 I_\gamma(s) ds \quad (5.63)$$

où ∇^2 est l'opérateur du laplacien et ds est un élément de surface de $\delta\Omega$. Cette relation constitue un lien entre l'énergie basée sur le gradient du CV local mesurée sur la courbe et le laplacien de la carte des CV locaux calculé sur la surface délimitée. Ce lien a été établi dans [Jacob et al., 2004], dans le cadre d'une énergie basée sur le gradient de l'image des intensités.

Pour simplifier les notations, nous posons $\text{div}(I_\gamma(t)) = \nabla^2 I_\gamma(t) = L_\gamma$. Nous réutilisons d'abord le théorème de Green cité plus haut pour écrire les relations :

$$\int_{\Omega} L_\gamma(x, y) dx dy = \oint_{\delta\Omega} \left(\int_{-\infty}^y L_\gamma(x, \tau) d\tau \right) dx, \quad (5.64)$$

$$= - \oint_{\delta\Omega} \left(\int_{-\infty}^x L_\gamma(\tau, y) d\tau \right) dy. \quad (5.65)$$

Nous calculons ensuite les dérivées partielles par rapport aux points de contrôle de la manière suivante :

$$\frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial d_{x,k}} = \frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial x} \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial d_{x,k}}. \quad (5.66)$$

De l'équation (5.65), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial d_{x,k}} &= - \oint_{\delta\Omega} \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-\infty}^x L_{\gamma}(\tau, y) d\tau \right) N_3(t-k) \frac{dy}{dt} dt \\
 &= - \oint_{\delta\Omega} L_{\gamma}(s(t)) N_3(t-k) \sum_{l=0}^M d_{y,l} N'_3(t-l) dt \\
 &= - \sum_{l=-\infty}^{\infty} d_{y,l} \int_{-\infty}^{\infty} L_{\gamma}(s(t)) N_3(t-k) N'_3(t-l) dt.
 \end{aligned}$$

De la même manière en utilisant cette fois l'équation (eq.5.64), on obtient :

$$\frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial d_{y,k}} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d_{x,k} \int_{-\infty}^{\infty} L_{\gamma}(s(t)) N_3(t-k) N'_3(t-l) dt. \quad (5.67)$$

On peut remarquer que le terme sous l'intégrale est non nul si et seulement si $|k-l| < 4$, car nous utilisons des splines cubiques. D'une manière générale, ce terme sous l'intégrale est nul quand l'écart entre k et l est inférieur à l'ordre de la spline.

Nous approchons ces intégrales par des sommes en utilisant un taux de discrétisation R . Remarquons que R peut être différent du taux de discrétisation utilisé pour le rendu de la courbe. Après un changement de variable en $t = t + k$, la dérivée partielle en $d_{x,k}$ peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial d_{x,k}} = - \sum_{l=-\infty}^{\infty} d_{y,k} \left(\frac{1}{R} \sum_{i=0}^{4R} L_{\gamma}(s(k + \frac{i}{R})) N_3(\frac{i}{R}) N'_3(\frac{i}{R} + k - l) \right). \quad (5.68)$$

Posons $\Upsilon(k, l) = \frac{1}{R} \sum_{i=0}^{4R} L_{\gamma}(s(k + \frac{i}{R})) N_3(\frac{i}{R}) N'_3(\frac{i}{R} + k - l)$. L'image du Laplacien du CV local L_{γ} et l'ensemble des valeurs $\{\Upsilon(k, l) \mid |k-l| < 4\}$, peuvent se calculer hors ligne. Pour évaluer la dérivée partielle, le calcul est simple et rapide :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial d_{x,k}} &= - \sum_{l=1}^M d_{y,k} \Upsilon(k, l), \\
 \frac{\partial E_{\text{plaquage}}}{\partial d_{y,k}} &= \sum_{l=1}^M d_{x,k} \Upsilon(k, l).
 \end{aligned}$$

5.5.1.2 Dérivées partielles de l'énergie interne

Les calculs des dérivées partielles de l'énergie interne figurent dans l'annexe 3.

5.5.2 Cas de l'énergie d'expansion et facteur d'inhibition

Le modèle que nous proposons a la particularité d'utiliser deux énergies externes. Elles sont complémentaires :

- l'énergie de plaquage apporte la précision ;
- l'énergie d'expansion permet d'automatiser l'initialisation.

Pour que ces énergies ne soient pas concurrentes, il faut que :

- l'effet de l'énergie de plaquage soit négligeable dans les régions homogènes ;
- celui de l'énergie d'expansion soit négligeable sur les contours.

Par construction, l'énergie de plaquage est nulle dans les régions homogènes de I_γ ; par contre l'énergie d'expansion ne s'annule pas sur les contours. Il est donc nécessaire d'inhiber son effet. Ainsi, lors de l'évolution du snake, l'action des énergies est contrôlée par une fonction d'inhibition. Elle atténue progressivement l'influence de l'énergie d'expansion à l'approche des contours, tout en favorisant proportionnellement l'énergie de plaquage.

L'influence du s-GVF doit, donc, diminuer lorsqu'on approche des contours. Pour définir la distance à un contour, nous utilisons l'image I_γ . Nous posons $I_\gamma^+ = \{(i, j) | I_\gamma(i, j) > \sqrt{5}\gamma_e(t_e)\}$ l'ensemble des points de I_γ dont l'intensité est supérieure à γ_s .

5.5.2.1 Calcul de la distance à un contour

Nous commençons par définir la matrice \mathcal{R} des distances aux contours comme :

$$\forall (i, j) \in \Omega, \quad \mathcal{R}(p = (i, j)) = \min_{q \in I_\gamma^+} \|p - q\|. \quad (5.69)$$

5.5.2.2 Calcul du facteur d'inhibition de l'énergie d'expansion

Pour éviter un calcul répété des distances, nous modifions directement la valeur du s-GVF en le multipliant par le facteur d'inhibition. Ce facteur est construit à partir de la norme de Tukey. Il se calcule sur toute l'image comme suit :

$$\Xi(i, j) = \begin{cases} \frac{3\mathcal{R}(i, j)^2}{\varsigma^2} - \frac{3\mathcal{R}(i, j)^4}{\varsigma^4} + \frac{\mathcal{R}(i, j)^6}{\varsigma^6} & \text{si } \mathcal{R}(i, j) \leq \varsigma, \\ 1 & \text{sinon ;} \end{cases} \quad (5.70)$$

où ς est le paramètre d'inhibition. Il détermine la distance au-delà de laquelle le s-GVF n'est pas inhibé. Lorsque $\mathcal{R}(i, j) < \varsigma$, le facteur d'inhibition $\Xi(i, j) < 1$.

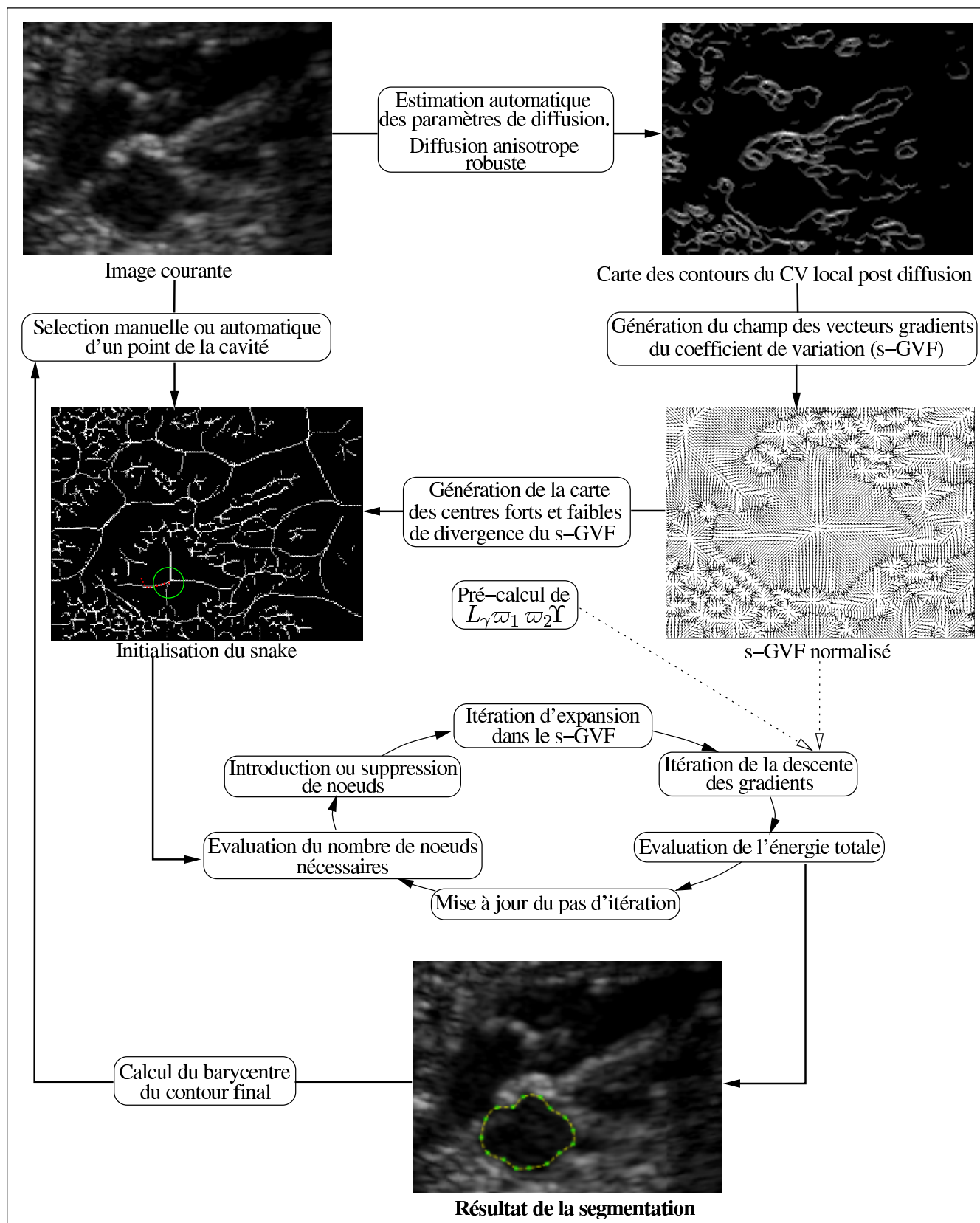


FIG. 5.21: Processus global de segmentation par la méthode ABS.

5.5.3 Processus global d'évolution

Pour faire évoluer le snake vers sa position finale, nous enchaînons : i) l'expansion de la courbe à l'aide du s-GVF et de la fonction d'inhibition, et ii) la descente des gradients de la fonctionnelle formée par l'énergie interne et l'énergie de plaquage. Le schéma global d'évolution est présenté dans la figure 5.21.

5.6 Expérimentations

Nous comparons, dans cette section, les résultats de l'ABS avec deux autres méthodes, sur plusieurs types d'images. Ces méthodes sont les suivantes :

- la méthode de Xu [Xu and Prince, 1998] : nous l'avons choisi pour comparer le GVF au s-GVF dans les images échographiques et pour légitimer l'utilisation de notre énergie de plaquage. Cette méthode ne comporte pas d'initialisation automatique. Nous utilisons donc notre méthode d'initialisation pour tous les tests.
- la méthode de Jacob [Jacob *et al.*, 2004] : nous l'utilisons pour comparer l'efficacité de notre énergie, reposant sur le coefficient de variation, à une énergie de plaquage basée sur le gradient de l'intensité. Cette méthode ne comporte pas non plus d'initialisation automatique. Elle s'appuie plutôt sur une énergie externe d'approche région ;

5.6.1 Techniques d'évaluation quantitative

Pour une validation complète du modèle, nous nous appuyons sur plusieurs critères : l'index de similarité, la comparaison des aires, la mesure de similarité de forme et la distance de Hausdorff modifiée. Ces quatre critères sont décrits dans les sections suivantes. Ils se fondent tous sur la comparaison de deux contours. Nous utilisons comme contour de référence le tracé manuel d'un médecin expert.

Dans toute cette section nous utilisons les notations suivantes :

- \mathcal{C}_{seg} : le contour résultat d'une segmentation ;
- \mathcal{A}_{seg} : la région intérieure à \mathcal{C}_{seg} ;
- $\mathcal{C}_{\text{docteur}}$: le contour tracé manuellement par le médecin ;
- $\mathcal{A}_{\text{docteur}}$: la région intérieure à $\mathcal{C}_{\text{docteur}}$.

5.6.1.1 Index de similarité

Le premier des critères s'appelle l'Index de Similarité (IS). C'est un critère introduit par Zijdenbos [Zijdenbos *et al.*, 1994], utilisé notamment dans [Atkins and Mackiewicz, 1998; Pluempitiwiriyaew *et al.*, 2004]. Il s'appuie sur une mesure de fiabilité : la statistique kappa.

L'IS entre les deux segmentations \mathcal{A}_{seg} et $\mathcal{A}_{\text{docteur}}$ est un réel $\mathcal{S} \in [0, 1]$ qui se définit comme :

$$\mathcal{S} = \frac{2\text{card}(\mathcal{A}_{\text{seg}} \cap \mathcal{A}_{\text{docteur}})}{\text{card}(\mathcal{A}_{\text{seg}}) + \text{card}(\mathcal{A}_{\text{docteur}})}. \quad (5.71)$$

Cette mesure est sensible à

- la différence de la taille des régions comparées ;
- leurs positions relatives.

Notons que cette mesure favorise la similarité de localisation :

- deux régions de même tailles se recouvrant à moitié ont un IS mesurant $\mathcal{S} = 1/2$;
- deux régions dont l'une est deux fois plus grande et recouvre l'autre ont un IS mesurant $\mathcal{S} = 2/3$.

Il est communément admis que pour $\mathcal{S} > 0.70$ la similarité est considérée élevée. Cependant, on préfère généralement utiliser cette mesure pour comparer deux régions à une même région de référence.

Dans nos expérimentations, nous parlons de l'IS d'une segmentation \mathcal{A}_{seg} en référence à l'IS entre \mathcal{A}_{seg} et $\mathcal{A}_{\text{docteur}}$.

5.6.1.2 Comparaison des aires

La comparaison des aires (CA) est simplement l'écart signé entre l'aire de la segmentation \mathcal{A}_{seg} et l'aire de la segmentation $\mathcal{A}_{\text{docteur}}$, normalisé par la taille de la plus petite région :

$$\text{CA} = \frac{\text{card}(\mathcal{A}_{\text{seg}}) - \text{card}(\mathcal{A}_{\text{docteur}})}{\min\{\text{card}(\mathcal{A}_{\text{seg}}), \text{card}(\mathcal{A}_{\text{docteur}})\}}. \quad (5.72)$$

Le critère CA indique avec quelle proportion l'algorithme surévalue ou sous-évalue la région d'intérêt. Cet indicateur ne tient pas compte de la position relative des régions comparées.

5.6.1.3 Mesure de similarité de forme

Bien que l'IS soit une mesure intéressante concernant la taille et la position relative des régions segmentées, elle est moins précise quant à la similarité des formes.

Nous utilisons donc la mesure de similarité de forme (MSF), introduite par Pluempitiwiriyaewej [Pluempitiwiriyaewej *et al.*, 2004]. Cette mesure est une dérivée de la méthode de correspondance de Chamfer [Borgefors, 1988; Fenster and Kender, 1998]. Elle comprend plusieurs étapes. Elle nécessite de manipuler les régions issues de la segmentation et leurs contours.

La carte des distances \mathcal{D} du contour \mathcal{C} correspondant à la région \mathcal{A} est définie comme :

$$\mathcal{D}_{\mathcal{A}}(p = (i, j)) = \begin{cases} -\min_{q \in \mathcal{C}} \|p - q\| & \text{if } p \in \mathcal{A} \\ \min_{q \in \mathcal{C}} \|p - q\| & \text{if } p \notin \mathcal{A} \end{cases} \quad (5.73)$$

où q indique un point du contour \mathcal{C} . Nous calculons la carte des distances \mathcal{D}_{seg} du contour \mathcal{C}_{seg} et la carte $\mathcal{D}_{\text{docteur}}$ du contour $\mathcal{C}_{\text{docteur}}$. Les courbes isovales d'une carte \mathcal{D} sont des

homothéties du contour \mathcal{C} . Nous calculons ensuite la carte de phase, en utilisant les composantes horizontales $\nabla_x \mathcal{D}(x, y)$ et verticales $\nabla_y \mathcal{D}(x, y)$ du gradient de \mathcal{D} :

$$\Phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{\nabla_y \mathcal{D}(x, y)}{\nabla_x \mathcal{D}(x, y)}. \quad (5.74)$$

On calcule alors la similarité de phase normalisée comme :

$$\mathcal{S}_{\text{phase}}(x, y) = \frac{||\Phi_{\text{seg}}(x, y) - \Phi_{\text{docteur}}(x, y)| - \pi|}{\pi}. \quad (5.75)$$

La valeur de $\mathcal{S}_{\text{phase}}$ caractérise l'écart directionnel entre les normales aux contours. $\mathcal{S}_{\text{phase}} \in [0, 1]$ avec $\mathcal{S}_{\text{phase}} = 1$ si les deux contours ont la même phase; et $\mathcal{S}_{\text{phase}} = 0$ si l'écart de phase est maximal (égal à π).

Finalement le critère MSF s'écrit :

$$\mathcal{S}_{\text{MSF}} = \frac{1}{\text{card}(\mathcal{C}_{\text{seg}})} \sum_{(x, y) \in \mathcal{C}_{\text{seg}}} \Gamma_r(x, y) \mathcal{S}_{\text{phase}}(x, y) \quad (5.76)$$

avec :

$$\Gamma_r(x, y) = \exp\left(-\frac{\mathcal{D}_{\text{docteur}}^2(x, y)}{\sigma^2}\right) \quad (5.77)$$

où σ est une constante. Le terme Γ_r permet de diminuer le score attribué à la similarité de phase si le pixel (x, y) est éloigné du contour tracé par le médecin. Le paramètre σ permet de réguler le poids accordé à la similarité de localisation.

5.6.1.4 Distance de Hausdorff modifiée

Le dernier critère que nous utilisons est la distance de Hausdorff modifiée (DHM), introduite par Dubuisson [Dubuisson and Jain, 1994; Jesorsky *et al.*, 2001] et étudiée ensuite par Charpiat et Faugeras pour la déformation continue d'une forme vers une autre [Charpiat *et al.*, 2004]. Soient deux ensembles $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$ et $\mathcal{B} = \{b_1, \dots, b_n\}$, la distance originale de Hausdorff s'écrit :

$$\mathcal{H}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \max(h(\mathcal{A}, \mathcal{B}), h(\mathcal{B}, \mathcal{A})) \quad (5.78)$$

avec h la distance orientée de Hausdorff :

$$h(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \max_{a \in \mathcal{A}} (\min_{b \in \mathcal{B}} \|a - b\|). \quad (5.79)$$

La version modifiée est plus robuste aux distances aberrantes. La distance orientée globale est une moyenne des distances locales :

$$h_{\text{mod}}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \frac{1}{\text{card}(\mathcal{A})} \sum_{a \in \mathcal{A}} \min_{b \in \mathcal{B}} \|a - b\|. \quad (5.80)$$

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Ce travail avait pour origine le besoin de concevoir des traitements permettant de faciliter le diagnostic dans l'examen cardiaque anténatal. L'analyse des données échographiques a permis de mettre en relief plusieurs caractéristiques importantes. Il en est apparu très clairement que le filtrage du phénomène de *speckle* est un préalable incontournable. Les objectifs de la thèse ont alors été formulés comme suit. Il faut premièrement concevoir une méthode robuste de filtrage ; et deuxièmement, intégrer cette technique dans une approche robuste de segmentation des cavités cardiaques.

Ainsi, le speckle et ses modélisations ont été étudiés. Ceci a permis d'établir les exigences générales du filtre à développer. Celui-ci doit en effet i) opérer sur le signal radiofréquence, et ii) être indifférent aux distributions du speckle. La revue de la littérature de ce domaine a permis de constater une grande richesse dans l'univers de l'imagerie RSO. Divers filtres exploitent la statistique du coefficient de variation pour réduire le speckle induit par le radar. Les caractéristiques et les propriétés de cette mesure ont été présentées. Malgré son intérêt, le coefficient de variation est rarement exploité dans l'imagerie échographique. Son utilisation pour la modélisation de notre filtre a été montrée pertinente.

Par ailleurs, une classification a été esquissée dans le vaste champ des méthodes de segmentation. Un intérêt particulier a été porté aux méthodes dites variationnelles. On a montré que les contours actifs sont bien adaptés à la détection des cavités cardiaques. Parmi les nombreuses techniques étudiées dans le domaine de l'échographie, aucune n'exploite le coefficient de variation. Ceci a motivé la conception d'une méthode de segmentation par snake, rendue robuste en partie par l'utilisation de ce coefficient.

6.1 Contributions

Les travaux effectués sur le filtrage du speckle ont abouti à la conception d'une méthode de diffusion anisotrope robuste, nommée γ -diffusion. Elle se fonde sur un nouveau coefficient de diffusion qui exploite lui même la statistique de coefficient de variation et la fonction de Tukey. Un estimateur robuste du terme d'interception du dernier coefficient a été développé. Nous avons montré que celui-ci remplace avantageusement l'estimateur de

Black.

Le comportement du filtre ainsi développé a été étudié face à la variation de la fonction d'étalement du point et de la distribution du speckle. Il en ressort qu'il est peu sensible au modèle de distribution. De nombreuses expérimentations ont été effectuées. Les résultats ont été comparés avec onze autres filtres de même nature. Des critères qualitatifs et quantitatifs ont été utilisés pour mesurer les performances. Ceux-ci montrent que la γ -diffusion apporte une meilleure précision dans le lissage des zones homogènes et la préservation des structures de l'image.

Par ailleurs, nos travaux sur la segmentation d'images échographiques ont conduit au développement d'une méthode de B-spline snake robuste au speckle, nommée automatic B-spline snake (ABS). L'étude de la continuité géométrique des B-splines a permis de justifier le choix de l'énergie interne. Nous avons aussi proposé deux nouvelles énergies externes : l'énergie d'expansion et l'énergie de plaquage. La première exploite un champ de flux de vecteurs gradients, nommée s-GVF, calculé sur une carte de coefficients de variation locaux. Elle permet de conduire le snake vers les contours. La deuxième confère au snake la capacité de s'ajuster avec précision aux contours. Lors de l'évolution du snake, l'action de ces énergies est contrôlée par une fonction d'inhibition. Celle-ci atténue progressivement l'influence de l'énergie d'expansion à l'approche des contours, tout en favorisant proportionnellement l'énergie de plaquage. Une autre contribution a consisté à définir les primitives de centre de forte divergence et centre de faible divergence du s-GVF. Elles constituent le fondement d'une nouvelle méthode d'initialisation automatique applicable à tout type de snake. Les diverses expérimentations mises en œuvre ont permis de mesurer les performances de la méthode par rapport aux tracés d'experts. Quatre critères quantitatifs ont été utilisés pour ces mesures. La comparaison des résultats avec les méthodes de Jacob et de Xu montre la supériorité de l'ABS. En outre, notre méthode possède deux caractéristiques intéressantes : sa capacité à détecter des contours subjectifs, et son applicabilité à la segmentation dans une séquence d'images. La dernière propriété a été illustrée par une méthode de segmentation des cavités cardiaques dans une séquence d'images échographiques.

6.2 Limitations

Malgré leur originalité et leurs avantages, les méthodes et techniques que nous avons développées présentent quelques limitations.

- la γ -diffusion est sensible à la réponse impulsionnelle ;
- la méthode ABS est sensible à la présence de textures dans la scène ;
- les deux algorithmes ont une complexité relativement élevée.

6.3 Perspectives

Plusieurs perspectives se dégagent de cette thèse.

Eloignement à la coupe de référence

Une suite logique de ce travail concerne évidemment la quantification automatique de l'éloignement à la coupe de référence. L'approche que nous souhaitons explorer consiste à définir une fonction de similitude entre la coupe de l'image courante et un modèle théorique. Cela nécessite le développement d'une représentation efficace et invariante par transformation affine de la coupe. Dans le cas de la coupe quatre-cavités, la représentation se baserait sur les mesures suivantes :

- l'angle entre le septum interventriculaire et la ligne horizontale, et
- la dimension absolue des surfaces intracavitaires visibles.

Le critère à minimiser devrait favoriser :

- une orientation horizontale du septum ;
- la maximisation des surfaces intracavitaires ;
- des rapports prédéfinis entre les dimensions des surfaces intra-cavitaires (notamment l'isométrie des ventricules).

Manipulation du signal radiofréquence

L'enveloppe du signal radiofréquence, sur laquelle porte nos méthodes, est plus riche d'information que le signal en mode B. Cependant le signal radiofréquence brut est encore plus riche et de plus en plus accessible dans les échographes modernes. Des travaux récents montrent l'apport que constitue cette information pour le filtrage [Gorce *et al.*, 2002] et la segmentation [Dydenko *et al.*, 2003]. Dydenko extrait notamment du signal radiofréquence trois types d'informations en vue de la segmentation [Dydenko *et al.*, 2003] :

- l'enveloppe elle-même ;
- des paramètres autorégressifs portant sur le spectre du signal ;
- des paramètres de vitesse du signal temp réel.

De futurs travaux sur le filtrage et la segmentation devraient tenir compte de cet apport important d'information.

Aspect tridimensionnel

Nous envisageons d'étendre les techniques développées à l'imagerie échographique tridimensionnelle, selon l'approche suivante :

- définir un coefficient de variation 3D fondé sur l'interpolation de l'espace tridimensionnel des intensités ;
- utiliser ce coefficient pour étendre le modèle de diffusion et les énergies externes au contexte 3D ;
- étendre le B-spline snake à une surface B-spline déformable ;
- proposer, à partir du champ tridimensionnel de vecteurs gradients, une méthode d'initialisation automatique des modèles de surfaces déformables.

Accélération calculatoire

Le B-spline snake que nous avons proposé comporte des inversions de matrice coûteuses en temps de calcul. Les travaux de Unser [Unser *et al.*, 1993] et de Precioso [Precioso *et al.*, 2003] présentent des techniques pour le calcul rapide des points de contrôle d'une spline uniforme à partir des points de jonction. Notre modèle pourrait profiter de ces méthodes, et il serait aussi intéressant d'accélérer le calcul coûteux du s-GVF.

Diffusion adaptative

L'estimation des paramètres des modèles de distribution, présentés dans le chapitre 2, permet de caractériser le speckle. Parmi ces distributions la Gamma généralisée a l'avantage d'utiliser deux paramètres de texture et de pouvoir modéliser les autres distributions. Il nous paraît concevable d'utiliser cette caractérisation pour adapter localement la diffusion. La γ -diffusion peut être étendue en adaptant la taille de la fenêtre de calcul et l'estimation du terme d'interception en fonction de cette caractérisation.

Approches régions

Dans cette thèse, nous avons adopté une approche frontière pour segmenter l'image par contours actifs paramétriques. Plusieurs approches complémentaires sont envisageables :

- améliorer la robustesse des méthodes implicites (ensembles de niveaux) en les enrichissant de la mesure du coefficient de variation ;
- les tissus ont des propriétés différentes, notamment en terme de nombre de diffuseurs, leur disposition spatiale et la présence d'une composante cohérente. Ces caractéristiques sont déterminantes pour le speckle. Le coefficient de variation, caractérisant le speckle, caractérise donc aussi les tissus. Il paraît donc judicieux de construire une approche région des contours actifs. On envisage notamment de modifier la fonctionnelle de Mumford-Shah [Mumford and Shah, 1989] pour prendre en compte les statistiques du coefficient de variation des régions. Une approche hybride, comme celle de Jehan-Besson, est envisageable [Jehan-Besson *et al.*, 2001; Herbulot *et al.*, 2004], tout comme l'adoption d'*a priori* de formes [Gastaud *et al.*, 2004].

Publications

Conférences internationales avec actes et comité de lecture

- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache : Generalized quasi-automatic initialization for snakes : application to ultrasound images. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'05)*, (Submitted) ;
- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache : A robust active contour initialization and gradient vector flow for ultrasound image segmentation. *IAPR Machine Vision Application (MVA '05)*, (Acceptée) ;
- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache : A Robust Speckle Reducing Anisotropic Diffusion. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'04)*, Singapore, Octobre 2004 ;
- C. Tauber, H. Batatia, G. Morin, A. Ayache : Robust B-Spline Snakes for Ultrasound Images Segmentation. *IEEE Computers in Cardiology (CIC'04)*, Chicago, Septembre 2004 ;
- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache : Speckle Filtering With Robust Anisotropic Diffusion. *Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems (ACIVS'04)*, Bruxelles, Août 2004 ;

Conférences nationales avec actes et comité de lecture

- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache, Une méthode d'initialisation automatique pour contour actif paramétrique, application aux images échographiques, *GRETSI 2005*, (Soumis) ;
- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache, Coefficient de variation, filtrage anisotrope et segmentation par contour actifs, *ORASIS 2005*, (Soumis) ;
- C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache, Segmentation d'images échographiques à l'aide du flot optique, *Colloque de l'EDIT*, Toulouse, 2002.

Rapports

- C. Tauber, Mesure du fibrome dans les images endoscopiques en vue d'une aide au diagnostic, *MsC thesis, ENSEIHT* septembre 2000.
- C. Tauber, Tumour detection with fluorescent dyes, *MsC thesis, UMIST, Manchester* september 1999.

Chapitre 7

Annexes

7.1 Utilisation du terme d'interception pour la diffusion anisotrope classique

Dans cette annexe, nous montrons que notre estimateur du terme d'interception (Sec. 4.2.1.6) est utilisable dans la diffusion anisotrope classique. Il peut donc être utilisé pour filtrer des images non affectées par le speckle. Pour montrer cette généralité, nous utilisons l'estimateur pour évaluer le paramètre σ dans la diffusion Black [Black *et al.*, 1998].

Les estimateurs et le critère de comparaison :

Les deux estimateurs que nous comparons sont les suivants :

- L'estimateur proposé par Black s'écrit [Black *et al.*, 1998] :

$$\sigma_e = 1.4826 \text{MAD}_I(|\nabla I_{i,j}|) \quad (7.1)$$

où $\nabla I_{i,j}$ dénote le gradient au point (i, j) et avec

$$\text{MAD}_I(x) = \text{med}_I(|x - \text{med}_I(x)|) \quad (7.2)$$

où $\text{med}_I(x)$ est la médiane de x sur l'image I .

- L'estimateur de σ_e que nous proposons est défini comme :

$$\sigma_e = 1.4826 \text{ med}_I(|\nabla I_{i,j} - \text{med}_I(\nabla I_{i,j})|) + \text{med}_I(\nabla I_{i,j}). \quad (7.3)$$

Pour comparer les résultats sur l'image de synthèse, nous estimons un critère, E , analogue aux moindres carrés. Il est calculé à partir de la différence entre l'image initiale et le résultat :

$$E = \frac{1}{mn} \sum_{(i,j) \in [1..m] \times [1..n]} \epsilon(i,j)^2 \quad (7.4)$$

avec :

$$\epsilon(i, j) = I(i, j) - I_{\text{res}}(i, j) \quad (7.5)$$

Résultats du filtrage

Cette expérimentation porte sur une image de synthèse classique. Un bruit gaussien uniforme blanc de variance croissante est ajouté à l'image. Le test est fait en appliquant le filtre de Black. Les paramètres de diffusion sont $\lambda = 0.1$ et 100 itérations. La seule différence entre les deux résultats est l'estimation du terme d'interception. Dans le premier cas, l'estimateur de Black est utilisé. Dans le deuxième cas, on applique l'estimateur défini dans le chapitre 4. Ces estimateurs sont automatiques et ne nécessitent aucun paramétrage.

Les figures 7.1 et 7.4 présentent les résultats sur l'image de synthèse pour trois variances de bruits : $\sigma = 5$, $\sigma = 25$ et $\sigma = 50$. Les images de la figure 7.4 sont des agrandissements des images correspondantes de la figure 7.1. L'estimateur ne permet pas de diffuser le bruit uniforme ; il sous-estime le terme d'interception (Fig. 7.3). L'erreur quadratique moyenne des résultats, pour l'estimateur de Black, est largement supérieure à celle des résultats obtenus avec l'estimateur proposé (Fig. 7.2).

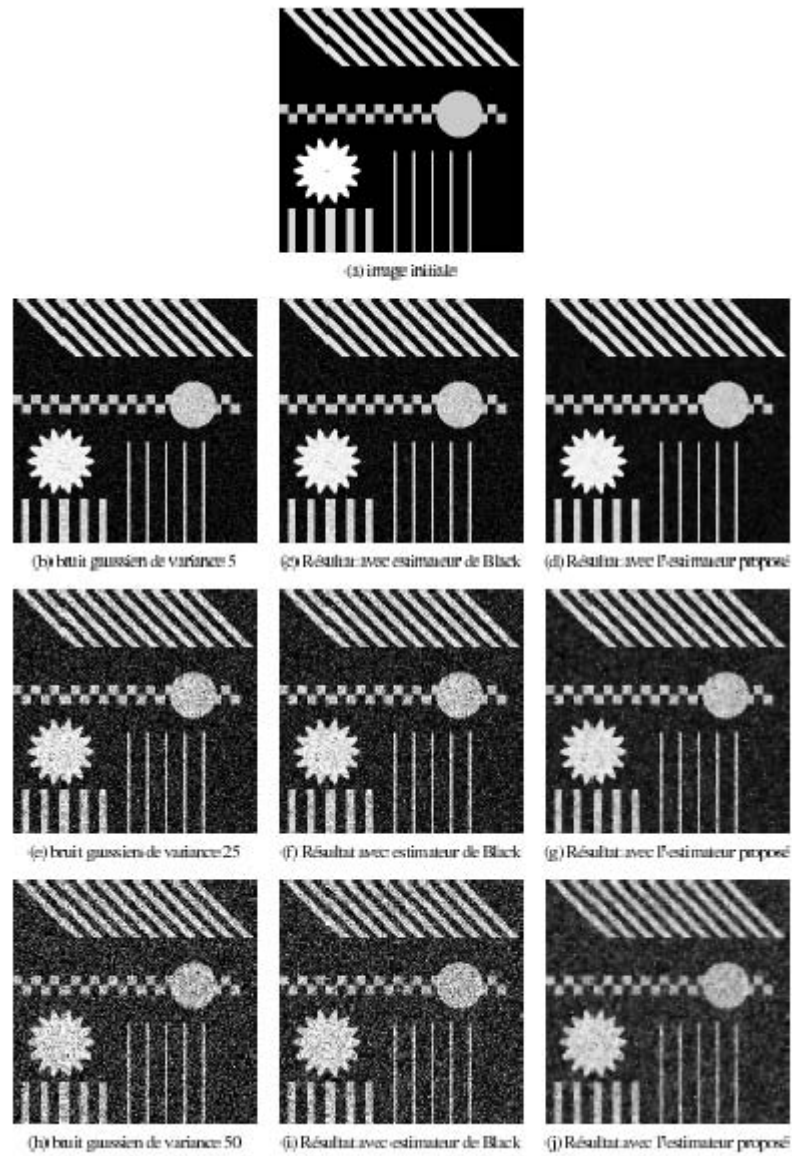


FIG. 7.1 – (a) Image initiale. La colonne de gauche présente trois images avec un bruit multiplicatif croissant. La colonne du milieu (respectivement celle de droite) contient les résultats de la diffusion en utilisant l'estimateur de Black (respectivement notre estimateur).

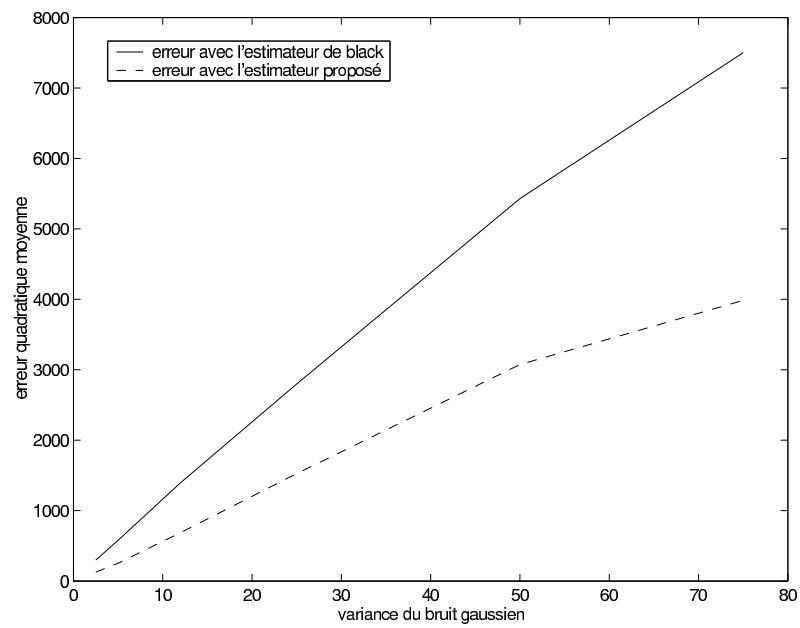


FIG. 7.2 – Erreur quadratique suivant la variance du bruit.

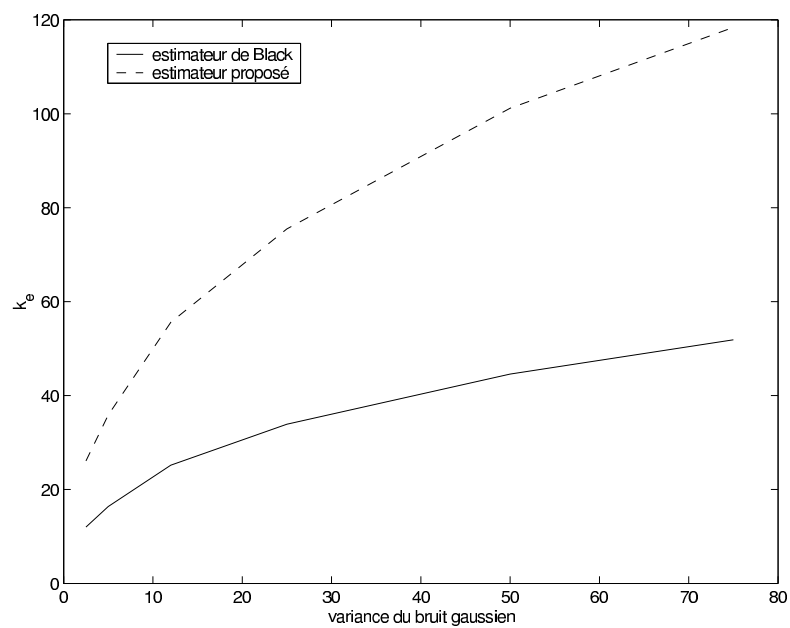


FIG. 7.3 – Valeurs du terme d'interception suivant la variance du bruit.

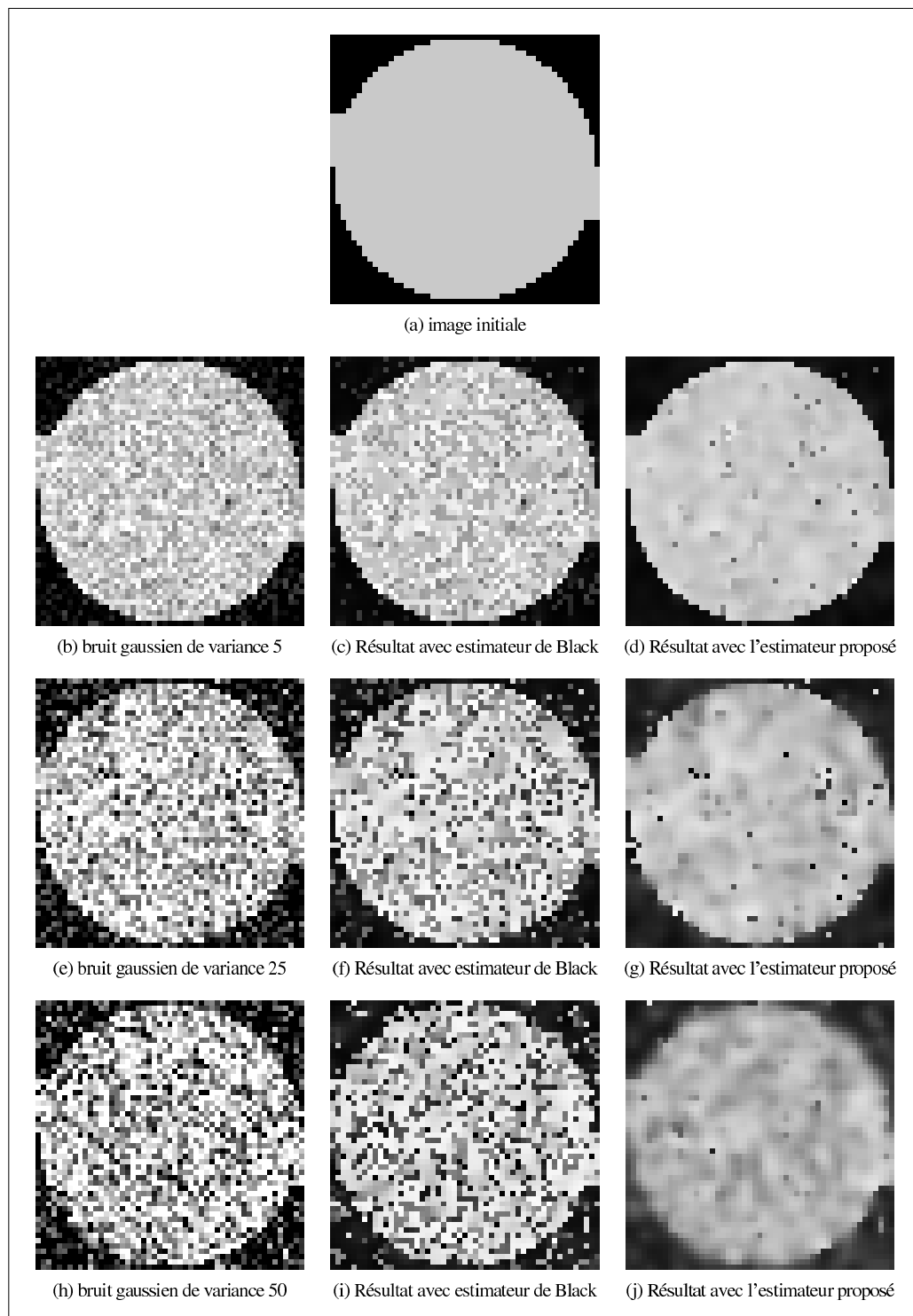


FIG. 7.4 – Zoom sur les images de la figure 7.1.

7.2 Quelques expériences de diffusion

7.2.1 Diffusion de Perona d'un carré noir sur fond blanc

L'amplitude maximale du gradient dans une image codée sur 256 niveaux de gris est de 255. Nous étudions le comportement de la diffusion classique de Perona et Malik [Perona and Malik, 1990] sur une image blanche (niveau de gris fixé à 255) comportant un carré noir (niveau de gris fixé à 0) recouvert partiellement d'un carré blanc.

Nous paramétrons la fonction avec $\Delta t = 1$ et $\sigma = 1$. C'est-à-dire que les pixels dont le gradient est supérieur à 1 sont considérés sur un contour.

Les résultats sont présentés sur la figure 7.5. Ils confirment que la diffusion classique diffuse tous les contours de l'image, quelle que soit leur amplitude. On peut aussi remarquer que le centre du carré est diffusé plus vite que l'extérieur. Ceci provient du fait que les coins du carré blanc intérieur ont deux voisins avec la zone noire.

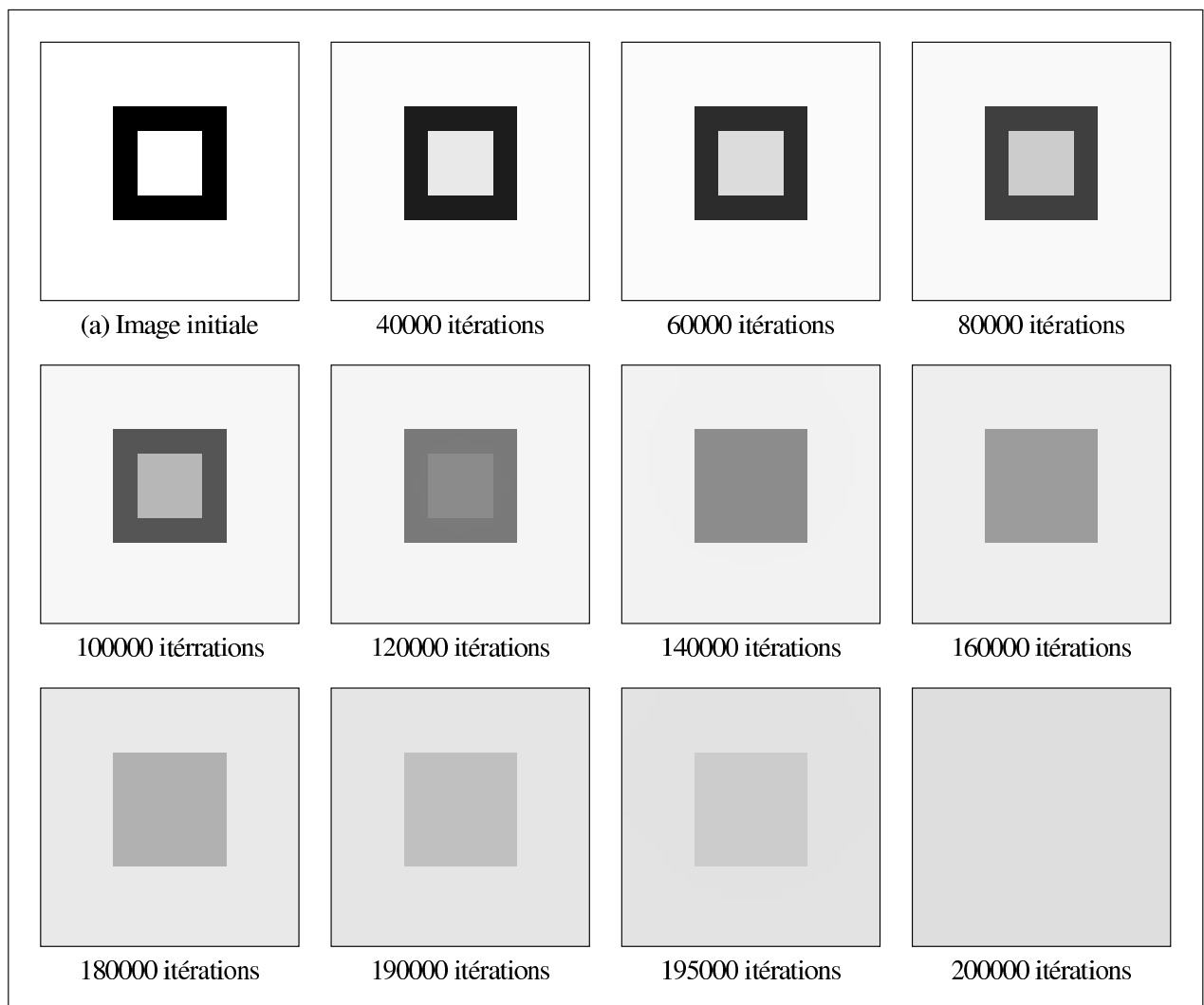


FIG. 7.5 – Résultats de la diffusion de Perona sur une image contenant un contour de gradient maximal (255) et un paramètre $\sigma = 1$.

7.2.2 γ -diffusion d'une image réelle

La γ -diffusion et l'estimateur robuste que nous proposons sont destinés à filtrer les images comprenant du speckle. Que ce passe-t-il si on l'applique sur une image optique classique ? Nous répondons à cette question par un exemple où nous filtrons l'image " FishingBoat ".

Deux cas sont considérés :

- le filtrage de l'image non modifiée ;
- l'introduction d'un bruit multiplicatif, puis le filtrage de l'image.

Le bruit multiplicatif suit une distribution de Rayleigh avec une variance $\sigma = 4$.

Nous présentons les images traitées et les résultats dans la figure 7.6, ainsi qu'un zoom sur ces mêmes images dans la figure 7.7.

Le résultat sur l'image non modifiée présente un lissage des régions homogènes et une conservation des contours. Une partie des câbles a cependant disparue.

Le filtrage de l'image bruitée est appréciable. Le résultat est très proche du précédent, confirmant l'efficacité de la γ -diffusion face aux bruits multiplicatifs.

Le zoom sur le bateau au fond à gauche permet de vérifier la préservation des structures à une échelle très fine. Seule une partie du mât à gauche disparaît dans le résultat sur l'image bruitée. La disparition a lieu à l'endroit où l'épaisseur devient de 1 pixel. Globalement le filtre préserve mieux les contours séparant deux régions de réflectivités réelles différentes.



(a) Image FishingBoat



(b) Introduction de bruit multiplicatif



(c) Résultat de la γ -diffusion sur (a)



(d) Résultat de la γ -diffusion sur (b)

FIG. 7.6 – Résultats de la γ -diffusion sur une image optique. (a) Image initiale. (b) Introduction d'un bruit multiplicatif. (c) Résultat de la γ -diffusion sur (a). (d) Résultat de la γ -diffusion sur (b).

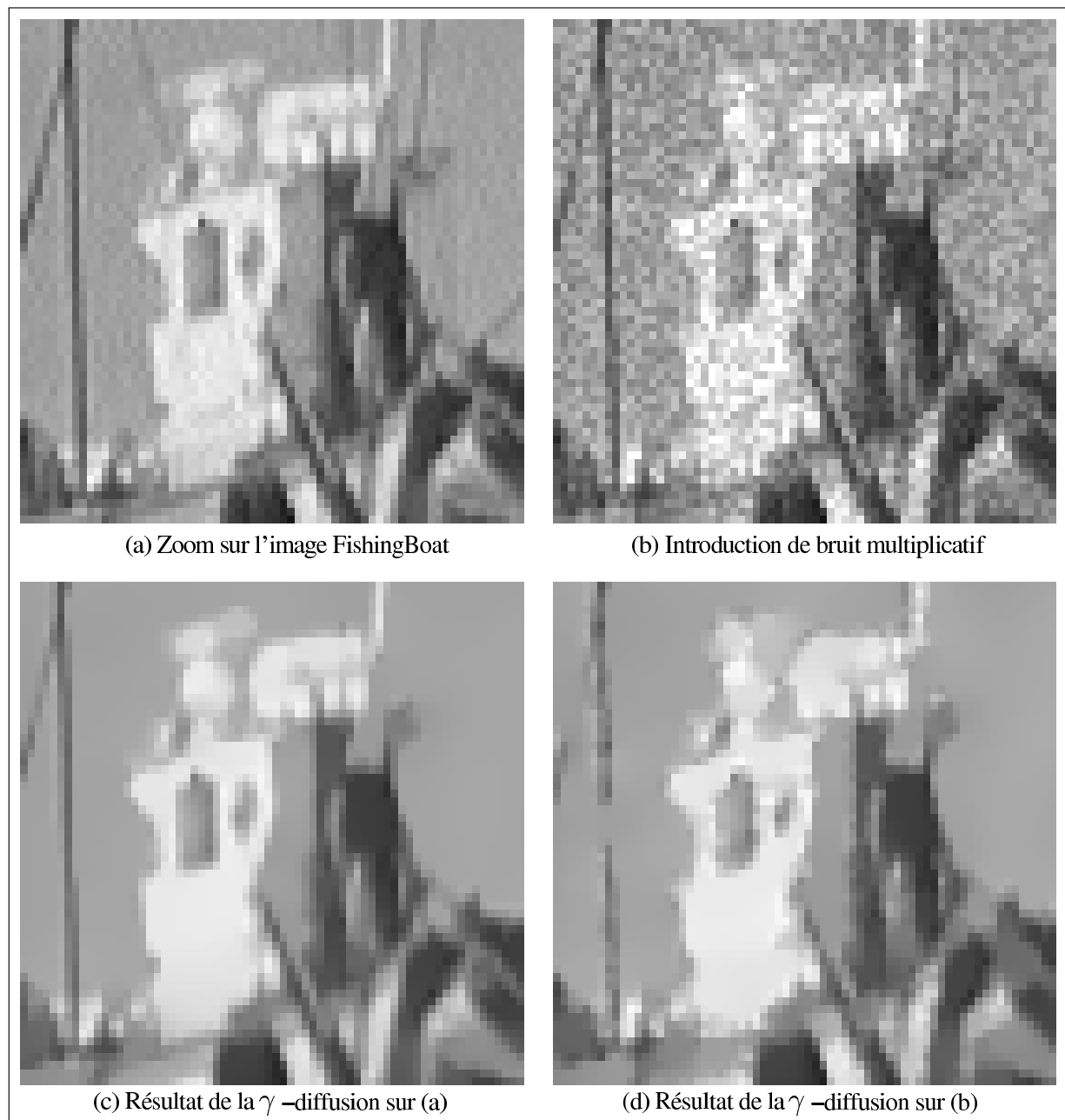


FIG. 7.7 – Zoom sur les images de la figure 7.6. (a) Image initiale. (b) Introduction d'un bruit multiplicatif. (c) Résultat de la γ -diffusion sur (a). (d) Résultat de la γ -diffusion sur (b).

7.3 Détails des calculs des dérivées partielles de l'énergie interne

En développant l'équation (eq.5.28), on obtient :

$$\begin{aligned}
 E_{\text{interne}} &= \oint ||s'(u)|^2 - e_m^2|^2 du \\
 &= \int_0^M (x'^4(u) + 2x'^2(u)y'^2(u) + y'^4(u))du + e_m^4 M \\
 &\quad - 2e_m^2 \int_0^M (x'^2(u) + y'^2(u))du.
 \end{aligned}$$

En supposant e_m^2 constant entre deux itérations, on peut déduire :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_{\text{interne}}}{\partial d_{x,k}} &= 4 \int_0^M (x'^3(u) + x'(u)y'^2(u)) \frac{\partial x'(u)}{\partial d_{x,k}} du - 2e_m^2 \int_0^M (2x'(u) \frac{\partial x'(u)}{\partial d_{x,k}}) du \\
 &= 4 \int_0^M N'_3(u) \left(\sum_{l=1}^M d_{x,l} N'_3(u-l) \right)^3 du \\
 &\quad + 4 \int_0^M N'_3(u) \left(\sum_{l=1}^M d_{x,l} N'_3(u-l) \right) \left(\sum_{h=1}^M d_{y,h} N'_3(u-h) \right)^2 du \\
 &\quad - 4e_m^2 \int_0^M N'_3(u) \left(\sum_{l=1}^M d_{x,l} N'_3(u-l) \right) du.
 \end{aligned}$$

Soit encore :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E_{\text{interne}}}{\partial d_{x,k}} &= 4 \sum_{|l|,|m|,|n|<N}^{\infty} d_{x,k-l} d_{x,k-m} d_{x,k-n} \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) N'_3(u+m) N'_3(u+n) du \\
 &\quad + 4 \sum_{|l|,|m|,|n|<N}^{\infty} d_{x,k-l} d_{y,k-m} d_{y,k-n} \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) N'_3(u+m) N'_3(u+n) du \\
 &\quad - 4e_m^2 \sum_{|l|<N}^{\infty} d_{x,k-l} \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) du.
 \end{aligned}$$

De la même manière on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_{\text{interne}}}{\partial d_{y,k}} &= 4 \sum_{|l|,|m|,|n| < N}^{\infty} d_{y,k-l} d_{y,k-m} d_{y,k-n} \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) N'_3(u+m) N'_3(u+n) du \\
&+ 4 \sum_{|l|,|m|,|n| < N}^{\infty} d_{y,k-l} d_{x,k-m} d_{x,k-n} \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) N'_3(u+m) N'_3(u+n) du \\
&- 4e_m^2 \sum_{|l| < N}^{\infty} d_{y,k-l} \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) du.
\end{aligned}$$

Posons $\varpi_1(l, m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) N'_3(u+m) N'_3(u+n) du$ et $\varpi_2(l, m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} N'_3(u) N'_3(u+l) du$. Nous proposons de calculer ces deux termes hors-ligne sous la forme de sommes finies, puisque le premier terme a pour support $[0, 4]$:

$$\varpi_1(l, m, n) = \sum_{i=0}^{4R} N'_3\left(\frac{i}{R}\right) N'_3\left(\frac{i}{R} + l\right) N'_3\left(\frac{i}{R} + m\right) N'_3\left(\frac{i}{R} + n\right) \quad (7.6)$$

$$\varpi_2(l) = \sum_{i=0}^{4R} N'_3\left(\frac{i}{R}\right) N'_3\left(\frac{i}{R} + l\right). \quad (7.7)$$

7.4 Glossaire

Dans cette annexe, nous présentons les principales abréviations et la liste des symboles utilisés dans ce rapport.

7.4.1 Abréviations

ABS	Automatic B-spline snake
CA	Comparaison des aires
CSD	Centre de forte divergence
CV	Coefficient de variation
CWD	Centre de faible divergence
DHM	Distance de Hausdorff modifiée
GVF	Gradient Vector Flow, méthode de Xu
IS	Index de similarité
MAD	Déviations absolues de la médiane
MSF	Mesure de similarité de forme
s-GVF	Speckle Gradient Vector Flow
γ-diffusion	diffusion anisotrope robuste proposée

7.4.2 Symboles

\mathcal{A}_{seg}	région résultant d'une segmentation <i>seg</i>
$a_{i,j}$	version standardisée au sens de Rousseeuw du CV local
$c(x)$	coefficient de diffusion scalaire
$\mathbf{Cd}_{\text{faible}}$	ensemble des points de faible divergence
$\mathbf{Cd}_{\text{fort}}$	ensemble des points de forte divergence
$C^k[a, b]$	ensemble des fonctions k -continues sur l'intervalle $[a, b]$
\mathcal{C}_{seg}	contour de \mathcal{A}_{seg}
C_t	contraste total de l'image
D	coefficient de diffusion matriciel
d_i	point de contrôle i d'une spline
$d_{x,i}$	composante en x du point de contrôle i
$d_{y,i}$	composante en y du point de contrôle i
$\text{div}(\cdot)$	opérateur de divergence
$E(I)$	espérance de I
e_m	écart moyen constaté entre les points de jonction d'une spline
G_σ	noyau de lissage gaussien
$g(t)$	un snake paramétrique
g_{Bs}	interpolation B-spline de la courbe paramétrique $g(t)$
$I(i, j; t)$	intensité du pixel (i, j) à l'itération t
I_σ	résultat de la convolution de I par G_σ
\bar{I}	moyenne de I
$I_{\eta\eta}$	dérivée seconde directionnelle de I par rapport à η
$I_{\xi\xi}$	dérivée seconde directionnelle de I par rapport à ξ
I_γ	image des CV locaux seuillés
k	gain des filtres adaptatifs des images RSO

\vec{k}	vecteur unitaire perpendiculaire au plan de l'image
L	nombre de vues
L_γ	abréviation pour $\text{div}(\nabla I_\gamma)$
M	nombre de noeuds courant du B-spline snake
$\text{med}(\cdot)$	opérateur de la médiane
N_i^3	fonction de base B-spline de degré 3 de paramètre $(t - i)$
$\vec{n}(t)$	vecteur unitaire normal à la courbe $s(t)$ en t
P_k	ensemble des polynomes de degré k
p_i	noeud i de la spline
R	réflectivité réelle d'une scène
$s(u)$	fonction paramétrique (snake classique ou B-spline snake suivant les cas)
$s_{i,j:t}$	version standardisée des données
$s^{(l)}$	l -ième dérivée de $s(t)$
T	taux d'échantillonnage de la spline
$T_t f$	représentation à l'échelle t de la fonction f
t_e	valeur de t lors de la dernière itération de la diffusion
$\lfloor x \rfloor$	arrondi par défaut de x
V_t	variance totale de l'image
$\mathbf{v}(x, y)$	vecteur du s-GVF au point (x, y)
\mathbf{v}_N	champ de vecteur s-GVF normalisé
$\text{var}(\cdot)$	opérateur de variance
α	pas de la descente des gradients lors de l'évolution du snake
$\gamma(i, j; t)$	CVL au point (i, j) à l'itération t . Parfois noté γ
$\gamma_e(t)$	terme d'interception du CV local à l'itération t
$\gamma_s(t)$	paramètre d'échelle de la γ -diffusion
Δt	pas de discrétisation temporelle

ΔI	laplacien de I . Parfois noté $\nabla^2 I$
$\delta\Omega$	frontière du domaine de l'image
η	direction perpendiculaire à l'isophote du pixel courant
η_s	voisinage du pixel s
$ \eta_s $	cardinal de la connexité
θ	angle entre $\vec{n}(u)$ et $\vec{\nabla} I_\gamma$
$\kappa(t)$	courbure de $s(t)$ au point t
Λ	paramètre d'écart moyen entre les points de jonction
Λ_{bas}	limite basse de e_m en dessous de laquelle on enlève un noeud
Λ_{haut}	limite haute de e_m au dessus de laquelle on ajoute un noeud
λ	pas de discrétisation temporelle de la diffusion
μ	paramètre de régularisation du s-GVF
$\Xi(i, j)$	facteur d'inhibition du s-GVF au point (i, j)
ξ	direction tangente à l'isophote du pixel courant
Ψ	flux de la diffusion
$\rho(\cdot)$	fonction d'erreur robuste
σ	paramètre d'échelle de la diffusion. Terme d'interception de l'amplitude du gradient
σ_e	estimation initiale de σ proposée par Black
ς	paramètre d'inhibition du s-GVF
Ω	domaine de l'image
$ \cdot $	opérateur d'amplitude
$\frac{\partial I}{\partial x}$	dérivée partielle de I par rapport à x . Parfois noté I_x
$\frac{\partial E}{\partial d_{x,i}}$	dérivée partielle de l'énergie E par rapport à $d_{x,i}$
$\partial_t I$	dérivée partielle de I par rapport au temps
$\nabla I_{i,j}$	gradient de l'image au pixel (i, j) . Parfois noté ∇I

Bibliographie

- [Abramowitz and Stegun, 1972] M. Abramowitz and I.A. Stegun. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables, 9th ed. *NY : Dover*, 1972.
- [Abrantes and Marques, 1996] A.J. Abrantes and J.S. Marques. A class of constrained clustering algorithms for object boundary extraction. *IEEE Trans. Image Processing*, 5 :1507–1521, 1996.
- [Achim *et al.*, 2001] A. Achim, A. Bezerianos, and P. Tsakalides. Novel bayesian multiscale method for speckle removal in medical ultrasound images. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 20 :772–783, 2001.
- [Alvarez and Morel, 1994] L. Alvarez and J. Morel. Formalization and computational aspects of image analysis. *Acta Numerica*, pages 1–59, 1994.
- [Alvarez *et al.*, 1993] L. Alvarez, F. Guichard, P. Lions, and J. Morel. Axioms and fundamental equations of image processing. *Archive for Rational Mechanics*, 123 :199–257, 1993.
- [Amadiou *et al.*, 1999] O. Amadiou, E. Debreuve, M. Barlaud, and G. Aubert. Simultaneous inward and outward curve evolution. *Proc. Int. Conf. Image Processing*, 1999.
- [Arehart *et al.*, 1993] A. Arehart, L. Vincent, and B. Kimia. Mathematical morphology : the hamilton-jacobi connection. *Proc. ICCV*, pages 215–219, 1993.
- [Arsenault and Levesque, 1984] H.H. Arsenault and M. Levesque. Combined homomorphic and local-statistics processing for restoration of images degraded by signal-dependent noise. *Appl. Opt.*, 23, 1984.
- [Atkins and Mackiewicz, 1998] M.S. Atkins and B.T. Mackiewicz. Fully automatic segmentation of the brain in mri. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 17 :98–107, 1998.
- [Aubert *et al.*, 2003] G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras, and S. Jehan-Besson. Image segmentation using active contours : Calculus of variations or shape gradients ? *SIAM*, 63 :2128–2154, 2003.
- [Awad *et al.*, 2003] J. Awad, T.K. Abdel-Galil, M.M.A. Salama, A. Fenster, K. Rizkalla, and D.B. Downey. Prostate s boundary detection in transrectal ultrasound images using scanning technique. *IEEE CCECE*, pages 1199–1202, 2003.

- [Ayache *et al.*, 1996] N. Ayache, P. Cinquin, I. Cohen, L. Cohen, F. Leitner, and O. Monga. Segmentation of complex three-dimensional medical objects : a challenge and a requirement for computed asisted surgery planning and performance. *Computer-integrated surgery : technology and clinical applications*, pages 59–74, 1996.
- [Ayache, 2003] N. Ayache. Epidaure : A research project in medical image analysis, simulation, and robotics at inria. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 22 :1185–1201, 2003.
- [Babaud *et al.*, 1986] J. Babaud, A.P. Witkin, M. Baudin, and R.O. Duda. Uniqueness of the gaussian kernel for scale space filtering. *IEEE Trans. on Pat. Anal. and Mach. Int.*, 8, 1986.
- [Bamber and Daft, 1986] J.C. Bamber and C. Daft. Adaptive filtering for reduction of speckle in ultrasonic pulse-echo images. *Ultrasonics*, 24 :41–44, 1986.
- [Bamber and Dickinson, 1980] J.C. Bamber and R.J. Dickinson. Ultrasonic b-scanning : a computer simulation. *Phys. Med. Biol.*, 25 :463–479, 1980.
- [Bamber and Phelps, 1991] J.C. Bamber and J.V. Phelps. Real-time implementation of coherent speckle suppression in b-scan images. *Ultrasonics*, 29 :218–224, 1991.
- [Benkeser *et al.*, 1995] P. Benkeser, J. Jackson, and F. Nichols. 3d ultrasonic imaging of the structure and elasticity of the carotid bifurcation. *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1419–1422, 1995.
- [Berger *et al.*, 1998] M.-O. Berger, N. Maurice, G. Winterfeldt, and J.-P. Lethor. Automatic 3d reconstruction of the beating left ventricle using transthoracic echographic images. *Computers in Cardiology*, pages 641–644, 1998.
- [Beucher, 1994] S. Beucher. Watershed, hierarchical segmentation and waterfall algorithm. *Mathematical Morphology and Its Applications to Image Processing, Dordrecht, The Netherlands : Kluwer*, pages 69–76, 1994.
- [Black and Sapiro, 1999] M.J. Black and G. Sapiro. Edges as outliers : Anisotropic smoothing using local image statistics. *Scale-Space Theories in Computer Vision, Int. Conf, LNCS*, 1682 :259–270, 1999.
- [Black *et al.*, 1998] M.J. Black, G. Sapiro, D.H. Marimont, and D. Heeger. Robust anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on Image Proc.*, pages 421–432, 1998.
- [Blake and Isard, 1998] A. Blake and M. Isard. Active contours. *Edition Springer*, 1998.
- [Blake and Zisserman, 1987] A. Blake and A. Zisserman. Visual reconstruction. *MIT Press*, 1987.
- [Blanc-Feraud *et al.*, 1995] L. Blanc-Feraud, P. Charbonnier, Aubert G., and M. Barlaud. Nonlinear image processing : modeling and fast algorithm for regularization with edge detection. *Image Processing, Proceedings., International Conference on*, 1 :474–477, 1995.
- [Borgefors, 1988] G. Borgefors. Hierarchical chamfer matching : a parametric edge matching algorithm. *Pattern Anal. and Machine Int., IEEE Trans. on*, 10 :849–865, 1988.

- [Boukerroui, 2000] D. Boukerroui. Segmentation bayésienne d'images par une approche markovienne multiresolution. application à l'imagerie échocardiographique et échographique 2d et 3d du sein. *These, CREATIS, INSA-LYON*, 2000.
- [Bouma *et al.*, 1995] C.J. Bouma, Zuiderveld K.J., and Viergever M.A. Quantitative evaluation of (semi)-automated segmentation of intravascular ultrasound subtraction images. *11th Symposium on Echocardiology*, 1995.
- [Bradley and Petry, 1977] D.R. Bradley and H.M. Petry. Organizational determinants of subjective contour. *Amer. J. Psychology*, 90 :253–262, 1977.
- [Brigger *et al.*, 2000] P. Brigger, J. Hoeg, and M. Unser. B-spline snakes : A flexible tool for parametric contour detection. *IEEE Trans. Image Processing*, 9 :1484–1496, 2000.
- [Brockett and Maragos, 1994] R. Brockett and P. Maragos. Evolutions equations for continuous scale morphological filtering. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 42 :3377–3385, 1994.
- [Burckhardt, 1978] C.B. Burckhardt. Speckle in ultrasound b-mode scans. *IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics*, 25 :1–6, 1978.
- [Burt, 1981] P. Burt. Fast filter transforms for image processing. *Computer Graphics and Image Processing*, 16 :20–51, 1981.
- [Canny, 1986] J.F. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8 :679–698, 1986.
- [Caselles *et al.*, 1995] V. Caselles, R. Kimmel, and G. Sapiro. Geodesic active contours. *Proc. Fifth International Conf. on Computer Vision (ICCV 95)*, pages 694–699, 1995.
- [Caselles *et al.*, 1997] V. Caselles, R. Kimmel, and G. Sapiro. Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision*, 22 :61–79, 1997.
- [Caselles *et al.*, 1998] V. Caselles, J.M. Morel, and C. Sbert. An axiomatic approach to image interpolation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :376–386, 1998.
- [Castan *et al.*, 1989] S. Castan, J. Zhao, and J. Shen. Une famille de detecteur de contours basée sur le filtre exponentiel optimal. *Proc. 7eme Congrès RFIA*, 1989.
- [Catte *et al.*, 1992] F. Catte, P.L. Lions, J.M. Morel, and T. Coll. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 29 :182–193, 1992.
- [Chakraborty *et al.*, 1996] A. Chakraborty, L.H. Staib, and J.S. Duncan. Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 15 :859–870, 1996.
- [Chan and Vese, 2001a] T. Chan and L. Vese. Active contours without edges. *IEEE Trans. Image Processing*, 10 :266–277, 2001.
- [Chan and Vese, 2001b] T. Chan and L. Vese. A level set algorithm for minimizing the mumford-shah functional in image processing. *IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods*, pages 161–168, 2001.

- [Charpiat *et al.*, 2004] G. Charpiat, O. Faugeras, and R. Keriven. Approximations of shape metrics and application to shape warping and empirical shape statistics. *Found. Comput. Math.*, 2004.
- [Chen *et al.*, 2001] Y. Chen, S. Thiruvankadam, H. D. Tagare, F. Huang, D. Wilson, and E. Geiser. On the incorporation of shape priors into geometric active contours. *Proc. IEEE Work. on Variational and Level Set Methods*, pages 145–152, 2001.
- [Choy and Jin, 1996] M. Choy and J. Jin. Morphological image analysis of left-ventricular endocardial borders in 2d echocardiograms. *Proceedings of SPIE on Medical Imaging*, 1 :852–864, 1996.
- [Cocquerez *et al.*, 1995] J.P. Cocquerez, P. Bolon, J.M. Chassery, D. Demigny, C. Grasseigne, A. Montanvert, S. Philipp, R. Zéboudj, and J. Zerubia. Analyse d’images : filtrage et segmentation. *Ed. Masson*, 1995.
- [Cohen *et al.*, 1992] I. Cohen, N. Ayache, and P. Sulger. Tracking points on deformable objects using curvature information. *ECCV, Lectures Notes in Computer Science*, pages 458–466, 1992.
- [Cohen, 1991] L. Cohen. On active contour models and balloons. *Computer vision, graphics, and image processing : Image Understanding*, 53 :211–218, 1991.
- [Cottet and Ayyadi, 1998] G.H. Cottet and M.E. Ayyadi. A volterra type model for image processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :292–303, 1998.
- [Cremers *et al.*, 2001] D. Cremers, C. Schnorr, and J. Weickert. Diffusion-snakes : combining statistical shape knowledge and image information in a variational framework. *Proc. IEEE Work. on Variational and Level Set Methods*, pages 137–144, 2001.
- [Crowley, 1981] J. Crowley. A representation for visual information. *Thèse de Doctorat, Carnegie-Mellon University, Pittsburg*, 1981.
- [Czerwinski *et al.*, 1995] R.N. Czerwinski, D.L. Jones, and W.D. O’Brien. Ultrasound speckle reduction by directional median filtering. *Proc. International Conference on Image Processing*, 1 :358–361, 1995.
- [Czerwinski *et al.*, 1998] R.N. Czerwinski, D.L. Jones, and W.D. O’Brien. Line and boundary detection in speckle images. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 7 :1700–1714, 1998.
- [Czerwinski *et al.*, 1999] R.N. Czerwinski, D.L. Jones, and W.D. O’Brien. Detection of lines and boundaries in speckle images-application to medical ultrasound. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 18 :126–136, 1999.
- [Davatzikos and Prince, 1994] C. Davatzikos and J.L. Prince. Convexity analysis of active contour models. *Proc. Conf. Information Science and Systems*, pages 581–587, 1994.
- [Davatzikos and Prince, 1995] C. Davatzikos and J.L. Prince. An active contour model for mapping the cortex. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 14 :65–80, 1995.
- [De Boor, 1978a] C. De Boor. On calculating b-splines. *Journal of Approximation Theory*, 6 :50–62, 1978.
- [De Boor, 1978b] C. De Boor. A practical guide to splines. *Springer-Verlag*, 1978.

- [Debreuve *et al.*, 2001] E. Debreuve, M. Barlaud, G. Aubert, I. Laurette, and J. Darcourt. Space-time segmentation using level set active contours applied to myocardial gated spect. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 20 :643–659, 2001.
- [Delingette *et al.*, 1991] H. Delingette, M. Hebert, and K. Ikeuchi. Shape representation and image segmentation using deformable surfaces. *IEEE Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 467–472, 1991.
- [Deriche, 1987] R. Deriche. Using canny’s criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, pages 167–187, 1987.
- [Desbleds-Mansard *et al.*, 2001] C. Desbleds-Mansard, A. Anwender, L. Chaabane, M. Orkisz, B. Neyran, P.C. Douek, and I.E. Magnin. Dynamic active contour model for size independent blood vessel lumen segmentation and quantification in high-resolution magnetic resonance images. *CAIP01*, pages 264–273, 2001.
- [Dias and Leita, 1996] J.M. Dias and J.M. Leita. Wall position and thickness estimation from sequences of echocardiographic images. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 15 :25–38, 1996.
- [Dierckx, 1993] Dierckx. Curve and surface fitting with splines. *Clarendon Press, Oxford*, 1993.
- [Dolcetta and Ferretti, 2000] I.C. Dolcetta and R. Ferretti. Optimal stopping time formulation of adaptive image filtering. *Applied Mathematics and Optimization*, 2000.
- [Dubuisson and Jain, 1994] M.P. Dubuisson and A.K. Jain. A modified hausdorff distance for object matching. *Int. Conf. on Pattern Recognition*, pages 566–568, 1994.
- [Dumane and Shankar, 2001] V.A. Dumane and P.M. Shankar. Use of frequency diversity and nakagami statistics in ultrasonic tissue characterization. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 48 :1139–1146, 2001.
- [Duncan and Ayache, 2000] J. Duncan and N. Ayache. Medical image analysis : Progress over two decades and challenges ahead. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22 :85–106, 2000.
- [Dutt and Greenleaf, 1994] V. Dutt and J. Greenleaf. Ultrasound echo envelope analysis using a homodyned k-distribution signal model. *Ultrasonic Imaging*, 16 :265–287, 1994.
- [Dutt and Greenleaf, 1995a] V. Dutt and J. Greenleaf. K distribution model of ultrasound speckle : fractional order snrs and log compression variance. *IEEE Ultrasonics Symposium, Proceedings.*, 2 :1375–1378, 1995.
- [Dutt and Greenleaf, 1995b] V. Dutt and J. Greenleaf. Speckle analysis using signal to noise ratios based on fractional order moments. *Ultrasonic Imaging*, 17 :251–268, 1995.
- [Dutt and Greenleaf, 1995c] V. Dutt and J. Greenleaf. Statistical analysis of ultrasound echo envelope. *PhD thesis, Mayo Clinic College of Medicine*, 1995.
- [Dutt and Greenleaf, 1996] V. Dutt and J. Greenleaf. Adaptive speckle reduction filter for log-compressed b-scan images. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 15 :802–813, 1996.

- [Dydenko *et al.*, 2003] I. Dydenko, D. Friboulet, J.M. Gorce, J. D’hooge, B. Bijmens, and I.E. Magnin. Towards ultrasound cardiac image segmentation based on the radiofrequency signal. *Medical Image Analysis*, 7 :353–367, 2003.
- [Entrekin *et al.*, 1999] R. Entrekin, P. Jackson, J.R. Jago, and B.A. Porter. Real time spatial compound imaging in breast ultrasound : technology and early clinical experience. *Medicamundi*, 43 :35–43, 1999.
- [Falcone *et al.*, 1994] M. Falcone, T. Giorgi, and P. Loreti. Level sets of viscosity solutions and applications. *SIAM J. Appl. Math.*, 54 :1335–1354, 1994.
- [Falcone, 2001] M. Falcone. Une introduction aux solutions de viscosité dans le traitement d’image. *Conférence invitée, ORASIS*, pages 127–140, 2001.
- [Farin, 1992] G. Farin. Curves and surfaces for computer-aided geometric design. *Academic Press*, 1992.
- [Faugeras and Keriven, 1998] O. Faugeras and R. Keriven. Variational principles, surface evolution, pdes, level set methods, and the stereo problem. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :336–344, 1998.
- [Fenster and Kender, 1998] S.D. Fenster and J.R. Kender. Sectorized snakes : evaluating learned-energy segmentations. *Pattern Anal. and Machine Int., IEEE Trans. on*, 23 :1028–1034, 1998.
- [Fetita and Preteux, 2002] C.L. Fetita and F. Preteux. Quantitative 3d ct bronchography. *Biomedical Imaging, Proc Int. Symp. on*, pages 221–224, 2002.
- [Fineman, 1996] M. Fineman. The nature of visual illusion. *New York : Dover*, pages 26–156, 1996.
- [Florack *et al.*, 1992] L. Florack, B. Haar Romeny, J. Koenderink, and M. Viergever. Scale and the differential structure of images. *Image and Vision Computing*, 10 :376–388, 1992.
- [Florack, 1996] L. Florack. Data, models, and images. *Int. Conf. on Im. Proc. ICIP*, 1 :469–472, 1996.
- [Foley, 1987] T. Foley. Interpolation with interval and point tension controls using cubic weighted ν -spline. *ACM Trans. on Math. Software*, 13 :68–96, 1987.
- [Foulonneau *et al.*, 2003] A. Foulonneau, P. Charbonnier, and F. Heitz. Geometric shape priors for region-based active contours. *Int. conference on image processing ICIP*, 2003.
- [Frost *et al.*, 1982] V.S. Frost, J.A. Stiles, K.S. Shanmugan, and J.C. Holtzman. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 4 :157–166, 1982.
- [Gastaud *et al.*, 2004] M. Gastaud, M. Barlaud, and G. Aubert. Combining shape prior and statistical features for active contour segmentation. *IEEE trans. on CVST*, 14 :726–734, 2004.
- [Goodman, 1984] J.W. Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. In *J.C. Dainty, editor, Laser Speckle and Related Phenomena*, pages 9–75, 1984.

- [Gorce *et al.*, 2002] J.M. Gorce, D. Friboulet, I. Dydenko, J. D'hooge, B. Bijmens, and I.E. Magnin. Processing radiofrequency ultrasound images : a robust method for local spectral features estimation by a spatially regularized parametric approach. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectricity and Frequency Control*, 49 :1704–1719, 2002.
- [Guerault *et al.*, 2000] G. Guerault, P. Delachartre, G. Finet, and Magnin I.E. Modélisation et segmentation d'images échographiques endovasculaires. *Traitement du Signal*, 17 :517–529, 2000.
- [Guo *et al.*, 1994] H. Guo, M.L. Odegard, R.A. Gopinath, I.W. Selesnick, and C.S. Burrus. Wavelet based speckle reduction with application to sar based atd/r. *Proc. ICIP*, 1 :75–79, 1994.
- [Haralick *et al.*, 1987] R. Haralick, S. Sternberg, and X. Zhuang. Image analysis using mathematical morphology. *IEEE Trans. on PAMI*, 9 :532–550, 1987.
- [Heijmans, 1995] H. Heijmans. Mathematical morphology : a modern approach in image processing based on algebra and geometry. *SIAM Review*, 37 :1–36, 1995.
- [Herbulot *et al.*, 2004] A. Herbulot, S. Jehan-Besson, M. Barlaud, and G. Aubert. Shape gradients for image segmentation using information theory. *ICASSP, Montreal*, 2004.
- [Hiransakolwong *et al.*, 2002] N. Hiransakolwong, P.S. Windyga, K.A. Hua, and K. Vu. Fasus : a full automatic segmenting system for ultrasound images. *Proc. IEEE Workshop on Applications of Computer Vision*, pages 90–94, 2002.
- [Hiransakolwong *et al.*, 2003] N. Hiransakolwong, K.A. Hua, Khanh V., and P.S. Windyga. Segmentation of ultrasound liver images : an automatic approach. *ICME '03. Proceedings Int. Conf. on*, 1 :573–578, 2003.
- [Hoad and Martel, 2002] C.L. Hoad and A.L. Martel. Segmentation of mr images for computer-assisted surgery of the lumbar spine. *Phys. Med. Biol.*, 47 :59–74, 2002.
- [Hokland, 1996] P.A. Hokland, J.H. and Kelly. Markov models of specular and diffuse scattering in restoration of medical ultrasound images. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 43 :660–669, 1996.
- [Horowitz and Pavlidis, 1976] S. Horowitz and T. Pavlidis. Picture segmentation by a tree traversal algorithm. *Journal of the ACM*, 23 :368–388, 1976.
- [Huber *et al.*, 2002] S. Huber, M. Wagner, M. Medl, and H. Czembirek. Real-time spatial compound imaging in breast ultrasound. *IEEE Transactions on UFFC*, 28 :155–218, 2002.
- [Huertas and Medioni, 1986] A. Huertas and G. Medioni. Detection of intensity changes with subpixel accuracy using laplacian-gaussian masks. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8 :651–664, 1986.
- [Insana *et al.*, 1986] M. Insana, R.F. Wagner, B.S. Garra, D. Brown, and T.H. Shawker. Analysis of ultrasound image texture via generalized rician statistics. *Optical Engineering*, 6 :743–748, 1986.

- [Jackway and Deriche, 1996] P. Jackway and M. Deriche. Scale-space properties of the multiscale morphological dilation-erosion. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 18 :38–51, 1996.
- [Jacob *et al.*, 2004] M. Jacob, T. Blu, and M. Unser. Efficient energies and algorithms for parametric snakes. *IEEE Trans. on Image Processing*, 13 :1231–1244, 2004.
- [Jaesang and Keller, 2001] P. Jaesang and J.M. Keller. Snakes on the watershed. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, pages 1201–1205, 2001.
- [Jain, 1989] A.K. Jain. Fundamentals of digital image processing. *Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall*, 1989.
- [Jakeman and Pusey, 1980] E. Jakeman and P.N. Pusey. A model for non-rayleigh sea echo. *Journal Phys. A.*, 13 :31–48, 1980.
- [Jakeman and Tough, 1987] E. Jakeman and R.A. Tough. Generalized k distribution : A statistical model for weak scattering. *Journal Opt. Soc. Amer.*, 4 :1764–1772, 1987.
- [JCVR, 2002] JCVR. Special issue on partial differential equations in image processing. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 1, 2002.
- [Jehan-Besson *et al.*, 2001] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, and G. Aubert. Video object segmentation using eulerian region-based active contours. *ICCV 2001 International Conference on Computer Vision Vancouver*, 2001.
- [Jehan-Besson *et al.*, 2002] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, and G. Aubert. A 3-step algorithm using region-based active contours for video objects detection. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 6 :572–581, 2002.
- [Jehan-Besson *et al.*, 2003] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, and G. Aubert. Dream2s : Deformable regions driven by eulerian accurate minimization method for image and video segmentation. *Int. Journal of Computer Vision*, 53 :45–70, 2003.
- [Jensen, 1996] J.A. Jensen. Field : A program for simulating ultrasound systems. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 34 :351–353, 1996.
- [Jesorsky *et al.*, 2001] O. Jesorsky, K. Kirchberg, and R. Frischholz. Robust face detection using the hausdorf distance. *Springer, Lecture Notes in Computer Science*, 2091 :90–95, 2001.
- [Jolion and Montanvert, 1992] J.M. Jolion and A. Montanvert. The adaptive pyramid : A framework for 2d image analysis. *CVGIP Image Understanding*, 55 :339–348, 1992.
- [Junbo *et al.*, 2003] L. Junbo, A. Noble, H. Lianghao, and M. Burcher. Inversion elasticity reconstruction of soft tissue using split-and-merge strategy from strain map of ultrasound image sequence. *Ultrasonics, 2003 IEEE Symposium on*, 2 :1927–1930, 2003.
- [Justice *et al.*, 1997] R. Justice, E. Stokely, J. Strobel, R. Ideker, and W. Smith. Medical image segmentation using 3-d seeded region growing. *Proc. SPIE Symposium on Medical Imaging*, 3034 :900–910, 1997.
- [Kaplan and MA, 1993] D. Kaplan and Q. MA. On the statistical characterization of log-compressed rayleigh signals. *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 961–964, 1993.

- [Kaplan and MA, 1994] D. Kaplan and Q. MA. On the statistical characterization of log-compressed rayleigh signals : Theoretical formulation and experimental results. *Journal of Acoustical Society of America*, 95 :1396–1400, 1994.
- [Kass *et al.*, 1988] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *Int. J. Comput. Vis.*, 1 :321–332, 1988.
- [Khoo *et al.*, 1997] V.S. Khoo, D.P. Dearnaley, D.J. Finngan, A. Padhani, S.F. Tanner, and M.O. Leach. Magnetic resonance imaging (mri) : consideration and applications in radiotherapy treatment planning. *Radiother. Oncol.*, 42 :1–15, 1997.
- [Kirsch, 1971] R. Kirsch. Computer determination of the constituent structure of biological images. *Computer Biomedical Research*, 4 :315–328, 1971.
- [Klinger *et al.*, 1988] J. Klinger, J. Vaughan, and T. Fraker. Segmentation of echocardiographic images using mathematical morphology. *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, 35 :925–934, 1988.
- [Klinger, 1971] A. Klinger. Pattern and search statistics. *Optimizing Methods in Statistics*, Rustagi NY, 1971.
- [Koenderink, 1984] J. Koenderink. The structure of images. *Biol. Cybern.*, 50 :363–370, 1984.
- [Krissian, 2000] K. Krissian. Traitement multi-échelle : Applications à l'imagerie médicale et à la détection tridimensionnelle de vaisseaux. *PhD Thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis*, 2000.
- [Kuan *et al.*, 1985] D.T. Kuan, A.A. Sawchuk, T.C. Strand, and P. Chavel. Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependant noise. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 7 :165–177, 1985.
- [Kuan *et al.*, 1987] D.T. Kuan, A.A. Sawchuk, T.C. Strand, and P. Chavel. Adaptive restoration of images with speckle. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 35 :373–383, 1987.
- [Lee *et al.*, 1990] S.U. Lee, S.Y. Chung, and R.H. Park. A comparative performance study of several global thresholding techniques for segmentation. *Graphical Models and Image Processing*, 52 :171–190, 1990.
- [Lee, 1980] J.S. Lee. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2 :165–168, 1980.
- [Leventon *et al.*, 2000] M.E. Leventon, W.E.L. Grimson, and O. Faugeras. Statistical shape influence in geodesic active contours. *Comput. Vis. Pattern Recognit.*, 2000.
- [Lindeberg, 1990] T. Lindeberg. Scale-space for discrete signal. *IEEE Trans. on PAMI*, 12 :234–254, 1990.
- [Lindeberg, 1997] T. Lindeberg. On the axiomatic foundations of linear scale-space. *Gaussian scale-space theory*, Kluwer, Dodrecht, pages 75–97, 1997.
- [Liu *et al.*, 1995] W.Y. Liu, I.E. Magnin, and G. Gimenez. Un nouvel opérateur pour la détection de rupture dans des signaux bruités. *Traitement du Signal*, 12 :226,236, 1995.

- [Lizzi, 1986] F. Lizzi. Relationship of ultrasonic spectral parameters to features of tissue microstructure. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect.*, 3 :319–329, 1986.
- [Lopès *et al.*, 1990] A. Lopès, R. Touzi, and E. Nezry. Adaptive speckle filters and scene heterogeneity. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 28 :992–1000, 1990.
- [Lopès *et al.*, 1993] A. Lopès, E. Nezry, R. Touzi, and H. Laur. Structure detection and statistical adaptive speckle filtering in sar images. *Int. J. Remote Sensing*, 14 :1735–1758, 1993.
- [Lopès *et al.*, 1997] A. Lopès, J. Bruniquel, F. Sery, and E. Nezry. Optimal bayesian texture estimators for speckle filtering of detected and polarimetric data. *Geoscience and Remote Sensing, IGARSS '97*, 2 :1044–1046, 1997.
- [Magnin *et al.*, 1993] I. Magnin, C. Mathieu, D. Friboulet, and P. Clarysse. Intérêt de l'imagerie cardiaque 3d : acquisition, segmentation, quantification. *Symposium échocardiographie et analyse d'images ventriculaires*, pages 119–132, 1993.
- [Magnin, 1999] I. Magnin. Analyse et modélisation 3d du comportement dynamique du cœur en imagerie multimodalité. *Revue de l'ACOMEN*, 5 :191–196, 1999.
- [Malladi *et al.*, 1995] R. Malladi, J.A. Sethian, and B.C. Vemuri. Shape modeling with front propagation : A level set approach. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 17 :158–174, 1995.
- [Manousakas *et al.*, 1998] I.N. Manousakas, P.E. Undrill, G.G. Cameron, and T.W. Redpath. Split-and-merge segmentation of magnetic resonance medical images : Performance evaluation and extension to three dimensions. *Comput. Biomed. Res.*, 31 :393–412, 1998.
- [Marr and Hildreth, 1980] D. Marr and E. Hildreth. Theory of edge detection. *Proc. of Royal Society of London*, 207 :187–217, 1980.
- [Martin-Fernandez and Alberola-Lopez, 2004] M. Martin-Fernandez and C. Alberola-Lopez. On low order moments of the homodyned-k distribution. *Ultrasonics, Elsevier, in press*, 2004.
- [McInerney and Terzopoulos, 1996] T. McInerney and D. Terzopoulos. Deformable models in medical image analysis : a survey. *Medical Image Analysis*, 1 :91–108, 1996.
- [Menet *et al.*, 1990] S. Menet, P. Saint-Marc, and G. Medioni. B-snakes : Implementation and application to stereo. *Proc. Image Understanding Workshop*, pages 720–726, 1990.
- [Merz *et al.*, 1997] E. Merz, G. Weber, F. Bahlmann, and D.M. Tesanic. Application of transvaginal and abdominal three-dimensional ultrasound for the detection or exclusion of malformations of the fetal face. *Ultrasound Obstet. Gynecol.*, 9 :237–280, 1997.
- [Meunier and Bertrand, 1995] J. Meunier and M. Bertrand. Ultrasonic texture motion analysis : theory and simulation. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 14 :293–300, 1995.
- [Meyer, 1994] F. Meyer. Topographic distance and watershed lines. *Signal Processing*, 38 :113–126, 1994.

- [Molthen *et al.*, 1993] R.C. Molthen, V. Manoj Narayanan, P.M. Shankar, J.M. Reid, V. Genis, and L. Vergara-Dominguez. Ultrasound echo evaluation by k-distribution. *Ultrasonics Symposium, Proceedings., IEEE*, 2 :957–960, 1993.
- [Molthen *et al.*, 1995] R.C. Molthen, P.M. Shankar, and J.M. Reid. Characterization of ultrasonic b-scans using non-rayleigh statistics. *Ultrasound Med. Biol.*, 21 :161–230, 1995.
- [Monga, 1987] O. Monga. An optimal region growing algorithm for image segmentation. *IJPRAI*, 1 :351–375, 1987.
- [Montagnat *et al.*, 2003] J. Montagnat, M. Sermesant, H. Delingette, G. Malandain, and N. Ayache. Anisotropic filtering for model-based segmentation of 4d cylindrical echocardiographic images. *Pattern Recognition Letters - Special Issue on Ultrasonic Image Processing and Analysis*, 24 :815–828, 2003.
- [Moysan *et al.*, 1992] J. Moysan, G. Corneloup, I.E. Magnin, and P. Benoist. Cracklike defects detection and sizing from image segmentation through co-occurrence matrices analysis. *Ultrasonics*, 30 :359–363, 1992.
- [Mumford and Shah, 1989] D. Mumford and J. Shah. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Comm. Pure Appl. Math.*, 42 :577–685, 1989.
- [Nakagami, 1960] M. Nakagami. The m-distribution, a general formula for intensity distribution in rapid fading. *Statistical Methods in Radio-Wave Propagation*, W.C. Hoffman, Ed. New York, pages 3–36, 1960.
- [Neuenschwander *et al.*, 1994] W. Neuenschwander, P. Fua, G. Szekely, and O. Kubler. Making snakes converge from minimal initialization. *Conference ARPA Image Understanding Workshop*, 2 :1627–1636, 1994.
- [Nielsen *et al.*, 1997] M. Nielsen, L. Florack, and R. Deriche. Regularization, scale-space and edge detection filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 7 :291–307, 1997.
- [Noble, 1989] A. Noble. Description of image surfaces. *Doctoral Thesis, Department of Engineering Science, University of Oxford, UK*, 1989.
- [Noble, 1996] A. Noble. The effect of morphological filters on texture boundary localization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18 :554–561, 1996.
- [Oh and Lindquist, 1999] W. Oh and B. Lindquist. Image thresholding by indicator kriging. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21 :590–602, 1999.
- [Oliver, 1986] C.J. Oliver. Wave propagation and scattering. ed B J Uscinski (Oxford : Clarendon), pages 155–228, 1986.
- [Oppenheim and Schaffer, 1989] A.V. Oppenheim and R.W. Schaffer. Discrete-time signal processing. *Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall*, 1989.

- [Osher and Sethian, 1988] S. Osher and J.A. Sethian. Front propagating with curvature dependent speed : algorithms based on hamilton-jacobi formulations. *J. Comp. Phys.*, 78 :12–49, 1988.
- [Ossant *et al.*, 1998] F. Ossant, F. Patat, M. Lebertre, M-L. Teriierooiterai, and L. Pourcelot. Effective density estimators based on the k-distribution : interest of low and fractional order moments. *Ultrasonics Imaging*, 20 :243–259, 1998.
- [Paragios and Deriche, 1998] N. Paragios and R. Deriche. Geodesic active regions for texture segmentation. *INRIA Research Report 3440*, 1998.
- [Paragios and Deriche, 1999] N. Paragios and R. Deriche. Unifying boundary and region-based information for geodesic active tracking. *Proc. IEEE Inf. Conf. Computer Vision Pattern Recognition*, 1999.
- [Paragios, 2003] N. Paragios. A level set approach for shape-driven segmentation and tracking of the left ventricle. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 22 :773–776, 2003.
- [Park *et al.*, 2001] H. Park, T. Schoepflin, and Y. Kim. Active contour model with gradient directional information : Directional snake. *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, 11 :252–256, 2001.
- [Parry and Pusey, 1979] G. Parry and P.N. Pusey. K-distributions in atmospheric propagation of laser light. *J. Opt. Soc. Am.*, pages 796–803, 1979.
- [Pauwels *et al.*, 1995] E. Pauwels, L. VanGool, P. Fiddelaers, and T. Moons. An extended class of scale-invariant and recursive scale space filters. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 17 :691–701, 1995.
- [Perona and Malik, 1990] P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 12 :629–639, 1990.
- [Perona, 1998] P. Perona. Orientation diffusions. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :457–467, 1998.
- [Pham and Prince, 1999] D.L. Pham and J.L. Prince. An adaptive fuzzy c-means algorithm for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities. *Pattern Recognition Letters*, 20 :57–68, 1999.
- [Pham *et al.*, 2000] D.L. Pham, C. Xu, and J.L. Prince. Current methods in medical image segmentation. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 2 :315–338, 2000.
- [Pluempitiwiriawej *et al.*, 2004] C. Pluempitiwiriawej, J. Moura, Y. Wu, and C. Ho. Cardiac mr image segmentation : quality assessment of stacs. *IEEE Int. Symp. on BioImaging*, 2004.
- [Pohle and Toennies, 2001] R. Pohle and K. Toennies. Segmentation of medical images using adaptive region growing. *Proc. SPIE Symposium on Medical Imaging*, pages 900–910, 2001.
- [Pohlman *et al.*, 1996] S. Pohlman, K.A. Powell, N.A. Obuchowski, W.A. Chilcote, and S. Grundfest. Quantitative classification of breast tumors in digitized mamograms. *Med. Phys.*, 23 :1337–1345, 1996.

- [Poon and Braun, 1997] C.S. Poon and M. Braun. Image segmentation by a deformable contour model incorporating region analysis. *Phys. Med. Biol.*, 42 :1833–1841, 1997.
- [Pratt, 1977] W.K. Pratt. Digital image processing. *New York : Wiley*, 1977.
- [Precioso *et al.*, 2003] F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, and M. Unser. Smoothing b-spline active contour for fast and robust image and video segmentation. *Image Processing, 2003. Proceedings. 2003 International Conference on*, 1 :37–40, 2003.
- [Precioso *et al.*, 2005] F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, and M. Unser. Smoothing b-spline active contour for fast and robust image and video segmentation. *A paraître dans Trans. on Image Processing*, 2005.
- [Precioso, 2003] F. Precioso. Contours actifs paramétriques pour la segmentation d’images et videos. *Thèse de doctorat, université de Nice-Sophia Antipolis*, 2003.
- [Prewitt, 1970] J. Prewitt. Object enhancement and extraction. *Picture Processing and Psychopictoric*, pages 75–149, 1970.
- [Prince and Xu, 1996] J.L. Prince and C. Xu. A new external force model for snakes. *Proc. Image and Multidimensional Signal Processing Workshop*, pages 30–31, 1996.
- [Raju and Srinivasan, 2002] B.I. Raju and M.A. Srinivasan. Statistics of envelope of high-frequency ultrasonic backscatter from human skin in vivo. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 49 :871–882, 2002.
- [Ronfard, 1996] R. Ronfard. Region-based strategies for active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 13 :229–251, 1996.
- [Rousseeuw and Leroy, 1987] P.J. Rousseeuw and A.M. Leroy. Regression and outlier detection. *New York : Wiley*, 1987.
- [Sahoo *et al.*, 1988] P.K. Sahoo, S. Soltani, A.K.C. Wong, and Y. Chen. A survey of thresholding techniques. *Computer Graphics and Image Process.*, 41 :233–260, 1988.
- [Sanchez-Ortiz *et al.*, 1999] G. I. Sanchez-Ortiz, D. Rueckert, and P. Borger. Knowledge-based tensor anisotropic diffusion of cardiac magnetic resonance images. *Med. Image Analysis*, 3 :77–101, 1999.
- [Sapiro, 2001] G. Sapiro. Geometric partial differential equations and image analysis. *Cambridge Univ. Press*, 2001.
- [Schoenberg, 1946] I.J. Schoenberg. Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. *Quart. Appl. Math.*, 4 :45–141, 1946.
- [Schoenberg, 1973] I.J. Schoenberg. Cardinal spline interpolation. *PA : SIAM*, 1973.
- [Schumaker, 1981] L.L. Schumaker. Spline functions : Basic theory. *Wiley and Sons, New York*, 1981.
- [Sermesant *et al.*, 2003] M. Sermesant, C. Forest, X. Pennec, H. Delingette, and N. Ayache. Deformable biomechanical models : Application to 4d cardiac image analysis. *Medical Image Analysis*, 7 :475–488, 2003.
- [Serra, 1982] J. Serra. Image analysis and mathematical morphology. *Academic Press, London*, 1982.

- [Sethian, 1996a] J. Sethian. Level set methods. *Cambridge University Press*, 1996.
- [Sethian, 1996b] J.A. Sethian. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 93 :1591–1595, 1996.
- [Sezgin and Sankur, 2001] M. Sezgin and B. Sankur. Selection of thresholding methods for nondestructive testing applications. *Image Processing, Proceedings. International Conference on*, 3 :764–767, 2001.
- [Shankar and Newhouse, 1985] P.M. Shankar and V.L. Newhouse. Speckle reduction with improved resolution in ultrasound images. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 32 :537–543, 1985.
- [Shankar *et al.*, 1993] P.M. Shankar, J.M. Reid, H. Ortega, C.W. Piccoli, and B.B. Goldberg. Use of non-rayleigh statistics for the identification of tumors in ultrasonics b-scans of breast. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 12 :687–692, 1993.
- [Shankar *et al.*, 2003] P.M. Shankar, V. Dumane, T. George, C.W. Piccoli, J.M. Reid, F. Forsberg, and B.B. Goldberg. Classification of breast masses in ultrasonic b scans using nakagami and k distributions. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 48 :2229–2240, 2003.
- [Shankar, 1995] P.M. Shankar. A model for ultrasonic scattering from tissues based on the k-distribution. *Phys. Med. Biol.*, 40 :1633–1681, 1995.
- [Shankar, 2000] P.M. Shankar. A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 47 :727–736, 2000.
- [Shannon and Weaver, 1949] C.E. Shannon and W. Weaver. The mathematical theory of communication. *Urbana, IL : Univ. Illinois Press*, 1949.
- [Smith, 1985] P. Smith. Convexity methods in variational calculus. *Letchworth, England. Research study press*, 1985.
- [Sporring and Weickert, 1999] J. Sporring and J. Weickert. Information measures in scale-spaces. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45 :1051–1058, 1999.
- [Stacy, 1962] E.W. Stacy. A generalization of the gamma distribution. *Annul. Math. Stat*, 33 :1187–1192, 1962.
- [Staib and Duncan, 1992] L.H. Staib and J.S. Duncan. Boundary fitting with parametrically deformable models. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 14 :1061–1075, 1992.
- [Tanimoto and Klinger, 1980] S. Tanimoto and A. Klinger. Structured computer vision. *NY Academic Press*, 1980.
- [Taxt, 1995] T. Taxt. Restoration of medical ultrasound images using two-dimensional homomorphic deconvolution. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 42 :543–554, 1995.
- [Taxt, 2001] T. Taxt. Three-dimensional blind deconvolution of ultrasound images. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 48 :867–871, 2001.

- [Teboul *et al.*, 1998] S.; Teboul, L. Blanc-Feraud, G. Aubert, and M. Barlaud. Variational approach for edge-preserving regularization using coupled pdes. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :387–397, 1998.
- [TIP, 1998] TIP. Special issue on partial differential equations and geometry-driven diffusion in image processing and analysis. *IEEE Transactions on Image Processing*, February, 7, 1998.
- [Trahey *et al.*, 1986] G.E. Trahey, S.W. Smith, and O.T. Ramm. Speckle pattern correlation with lateral aperture translation : Experimental results and implications for spatial compounding. *IEEE Transactions on UFFC*, 33 :257–264, 1986.
- [Tsai *et al.*, 2001] A. Tsai, A. Yezzi, and A.S. Willsky. Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 10 :1169–1186, 2001.
- [Tupin *et al.*, 2000] F. Tupin, M. Sigelle, and H. Maitre. Definition of a spatial entropy and its use for texture discrimination. *International Conference on Image Processing ICIP*, pages 725–728, 2000.
- [Tuthill *et al.*, 1988] M.F. Tuthill, R.H. Sperry, and K.J. Parker. Deviation from rayleigh statistics in ultrasonic speckle. *Ultrasonic Imaging*, 40 :81–90, 1988.
- [Unser *et al.*, 1993] M. Unser, A. Aldroubi, and M. Eden. B-spline signal processing : Parti-theory, partii-efficient design and applications. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 41 :821–848, 1993.
- [Unser, 1999] M. Unser. Splines : A perfect fit for signal and image processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 16 :22–38, 1999.
- [Valdes *et al.*, 2000] R. Valdes, O. Yanez-Suarez, and V. Medina. Trachea segmentation in ct images using active contours. *Proc. IEEE EMBS*, 4 :3184–3187, 2000.
- [van der Zwet *et al.*, 1998] P.M.J. van der Zwet, M. Nettesheim, J.J. Gerbrands, and J.H.C. Reiber. Derivation of optimal filters for the detection of coronary arteries. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 17 :108–120, 1998.
- [Van Leemput *et al.*, 2003] K. Van Leemput, F. Maes, D. Vandermeulen, and P. Suetens. A unifying framework for partial volume segmentation of brain mr images. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 22 :105–119, 2003.
- [Vincent and Soille, 1991] L. Vincent and P. Soille. Watersheds in digital spaces : an efficient algorithm based on immersion simulations. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 13 :583–598, 1991.
- [Vincent, 1993] L. Vincent. Morphological grayscale reconstruction in image analysis : Applications and efficient algorithms. *IEEE Trans. Image Processing*, 2 :176–201, 1993.
- [Wagner *et al.*, 1983] R.F. Wagner, S.W. Smith, and J.M. Sandrik. Statistics of speckle in ultrasound bscans. *IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics*, 30 :156–163, 1983.
- [Wagner *et al.*, 1987] R.F. Wagner, M. Insana, and D. Brown. Statistical properties of radio-frequency and envelope detected signals with applications to medical ultrasound. *J. Opt. Soc. Am.*, 4 :910–922, 1987.

- [Wallis, 1976] R. Wallis. An approach to the space variant restoration and enhancement of images. *Proc. Symp. on Current Mathematical Problems in Image Science*, 1976.
- [Ward, 1981] K.D. Ward. Compound representation of high resolution sea clutter. *Electron. Lett.*, 17 :561–567, 1981.
- [Weibull, 1951] W. Weibull. A statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl. Mech.*, 18 :293–297, 1951.
- [Weickert and Benhamouda, 1997] J. Weickert and B. Benhamouda. Why the perona-malik filter works. *Technical Report DIKU-97/22, Dept. of Computer Science, University of Copenhagen, Denmark*, 1997.
- [Weickert *et al.*, 1998] J. Weickert, B.M. Romeny, and M.A. Viergever. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7 :398–410, 1998.
- [Weickert, 1996] J. Weickert. Anisotropic diffusion in image processing. *Ph.D. thesis, Dept. of Mathematics, University of Kaiserslautern, Germany*, 1996.
- [Weickert, 1997] J. Weickert. A review of nonlinear diffusion filtering. *Scale space theory in computer vision, LNCS*, 1252 :3–28, 1997.
- [Weickert, 1998a] J. Weickert. Anisotropic diffusion in image processing. *Teubner-Verlag, Stuttgart*, 1998.
- [Weickert, 1998b] J. Weickert. Fast segmentation methods based on partial differential equations and the watershed transform. *Proc. DAGM Symp.*, pages 93–100, 1998.
- [Weickert, 1999a] J. Weickert. Coherence-enhancing diffusion filtering. *Int. Journal of computer vision*, 31 :111–127, 1999.
- [Weickert, 1999b] J. Weickert. Coherence-enhancing diffusion of colour images. *Image and Vision Computing*, 17 :201–212, 1999.
- [Weszka and Rosenfeld, 1978] J.S. Weszka and A. Rosenfeld. Threshold evaluation techniques. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, 8 :627–629, 1978.
- [Wiener, 1948] N. Wiener. *Cybernetics*. NY : Wiley, 1948.
- [Wild, 1950] J.J. Wild. The use of ultrasonic pulses for the measurement of biologic tissues and the detection of tissue density changes. *SURGERY*, 27 :183–271, 1950.
- [Worth *et al.*, 1997] A.J. Worth, N. Makris, V.S. Caviness, and D.N. Kennedy. Neuroanatomical segmentation of mri data. *IEEE Trans. Med. Im.*, 11 :1161–1187, 1997.
- [Wu *et al.*, 1998] L.U. Wu, M.A. Songde, and L.U. Hanqing. An effective entropic thresholding for ultrasonic imaging. *ICPR : Int. Conf. on Pattern Recognition*, pages 1522–1524, 1998.
- [Xingfei and Tian, 2002] G. Xingfei and J. Tian. An automatic active contour model for multiple objects. *Pattern Recognition, 2002. Proceedings. 16th International Conference on*, 2 :881–884, 2002.
- [Xu and Prince, 1998] C. Xu and J.L. Prince. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 7 :359–369, 1998.

- [Xu and Xia, 2003] W. Xu and S. Xia. A model based algorithm to segment the pectoral muscle in mammograms. *Neural Networks and Signal Processing, International Conference on*, 2 :1163–1169, 2003.
- [Xu *et al.*, 2000] C. Xu, D.L. Pham, and J.L. Prince. Medical image segmentation using deformable models. *Handbook of Medical Imaging, SPIE Press*, 2 :129–174, 2000.
- [Yamaguchi, 1988] F. Yamaguchi. Curves and surfaces in computer aided geometric design. *Springer-Verlag, Berlin*, 1988.
- [You *et al.*, 1996] Y.L. You, W. Xu, A. Tannenbaum, and M. Kaveh. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing. *IEEE Trans. On Image Proc.*, 5 :1539–1553, 1996.
- [Yu and Acton, 2002] Y. Yu and S.T. Acton. Speckle reducing anisotropic diffusion. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 11 :1260–1270, 2002.
- [Yu and Acton, 2004] Y. Yu and S.T. Acton. Edge detection in ultrasound imagery using the instantaneous coefficient of variation. *IEEE Trans. on Image Proc.*, 13 :1640–1655, 2004.
- [Yuille and Poggio, 1986] A.L. Yuille and T.A. Poggio. Scaling theorems for zero crossings. *IEEE trans. on PAMI*, 8 :15–25, 1986.
- [Zana and Klein, 2001] F. Zana and J.-C. Klein. Segmentation of vessel-like patterns using mathematical morphology and curvature evaluation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 10 :1010–1019, 2001.
- [Zeng *et al.*, 1998] X. Zeng, L.H. Staib, R.T. Schultz, and J.S. Duncan. Segmentation and measurement of the cortex from 3d mr images. *Proc. MICCAI, LNCS*, 1496 :519–530, 1998.
- [Zhu and Yuille, 1996] S. Zhu and A. Yuille. Region competition : Unifying snakes, region growing, and bayes/mdl for multiband image segmentation. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 18 :884–900, 1996.
- [Zijdenbos *et al.*, 1994] A.P. Zijdenbos, B.M. Dawant, R.A. Margolin, and A.C. Palmer. Morphometric analysis of white matter lesions in mr images : method and validation. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 13 :716–724, 1994.
- [Zong *et al.*, 1998] E. Zong, A.F. Laine, and E.A. Geiser. Speckle reduction and contrast enhancement of echocardiograms via multiscale nonlinear processing. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 17 :532–540, 1998.
- [Zrnic, 1975] D.S. Zrnic. Moments of estimated input power for finite sample averages of radar receiver outputs. *IEEE Trans. Aerospace Electronics Systems*, 11 :109–113, 1975.

Résumé

Le contexte de ce travail est le traitement d'images échographiques. Plus précisément, on s'est intéressé au filtrage et à la segmentation automatique d'images dégradées par du speckle.

La première partie concerne les travaux effectués sur le filtrage du speckle. Ils ont abouti à la conception d'une méthode de diffusion anisotrope robuste, nommée γ -diffusion. Elle se fonde sur un coefficient de diffusion original qui exploite lui-même la statistique du coefficient de variation et une adaptation de la fonction de Tukey. Un estimateur robuste du paramètre d'échelle de ce filtre est présenté. L'évolution de la diffusion est modélisée par une équation aux dérivées partielles s'appliquant sur l'enveloppe du signal brut, non compressée logarithmiquement. Cette approche permet de réduire le bruit des images échographiques, tout en préservant les structures importantes pour leur interprétation.

Dans la deuxième partie, nous présentons un contour actif paramétrique de type B-spline snake. L'étude de la continuité géométrique des B-splines nous permet de justifier le choix de l'énergie interne. Nous proposons deux nouvelles énergies externes qui exploitent notamment un champ de flux de vecteurs gradients, nommé s-GVF, calculé sur une carte de coefficients de variation locaux. Une fonction d'inhibition contrôle l'influence respective de ces deux énergies externe lors de l'évolution du snake. Enfin, nous proposons une nouvelle méthode d'initialisation automatique pour contour actif paramétrique.

Une application au cas du filtrage des images échographiques et de la segmentation des cavités cardiaques est présentée. Les résultats démontrent une robustesse et une précision accrue par les modèles proposés par rapport aux techniques classiques de filtrage et segmentation par contours actifs.

Mots-clés : images échographiques, filtrage du speckle, diffusion anisotrope robuste, segmentation par contours actifs, B-spline snake, initialisation automatique.